Recenzja rozprawy habilitacyjnej

Przestrzenie Cesàro

Autor rozprawy: dr Karol Leśnik

Przedstawiona rozprawa habilitacyjna (tzw. osiągnięcie naukowe) dotyczy specjalistycznych badań przestrzeni funkcyjnych. Rozprawa składa się z siedmiu artykułów naukowych (w autoreferacie numerowane są [A1] – [A7]), z czego jeden jest samodzielny, a w pozostałych pracach jeden ze współautorów, Lech Maligranda, pojawia się aż pięć razy. Artykuły te opublikowane zostały w dobrych czasopismach, są też cytowane przez innych matematyków. Habilitant, pan dr Karol Leśnik, ma także całkiem przyzwoity dorobek naukowy poza rozprawą habilitacyjną, mianowicie 8 artykułów opublikowanych po doktoracie (najnowszy artykuł z 2021 roku nie jest ujęty w dokumentacji). Warto zwrócić uwagę, że publikacje Habilitanta ukazują się zazwyczaj w przyzwoitych i rozpoznawalnych w środowisku czasopismach matematycznych, wliczając w to prestiżowe periodyki *Journal of Functional Analysis*, *Mathematische Nachrichten*, czy też *Studia Mathematica*.

Omówienie głównych wyników rozprawy

Tematyka rozprawy to, jak wskazuje tytuł, przestrzenie Cesàro. Mając daną kratę funkcyjną X, której elementy są funkcjami określonymi na przedziale $[0, +\infty)$ lub $[0, 1]$ lub też na zbiorze liczb naturalnych (wersja ciągowa), przestrzeń Cesàro nad X to największa przestrzeń dla której operator Cesàro (zwany też operatorem Hardy'ego)

$$\mathcal{C}(f)(x) = \int_0^x f$$

jest ciągły i ma wartości w przestrzeni X. W wersji ciągowej, całka to oczywiście zwykła suma Cesàro. Klasyczne przestrzenie Cesàro to $\mathrm{ces}_p = \mathcal{C}\ell_p$ oraz $\mathrm{Ces}_p = \mathcal{C}L_p$.

Rozważając kraty Banacha, których elementami są funkcje całkowalne na ustalonym przedziale, mamy, oprócz operatora Cesàro, także także szereg innych naturalnych operatorów. Przykładowo: nierosnąca majoranta, operator Copsona, operator dylatacji, a także operacje dwuargumentowe, takie jak iloczyn punktowy czy też interpolacje (wspólne zanurzenia w konkretną przestrzeń). Z jednej strony, mając to wszystko do dyspozycji, łatwo można „produkować" wyniki porządkujące i klasyfikujące nasze przestrzenie czy kraty funkcyjne. Z drugiej strony, niepodważalnym faktem jest to, że konkretne funkcyjne czy ciągowe kraty Banacha i quasi-Banacha mają szereg zastosowań, chociażby w równaniach różniczkowych cząstkowych, a zatem ich badanie i klasyfikowanie ma dobre motywacje. Badania i wyniki naukowe Habilitanta istotnie poszerzają naszą wiedzę o przestrzeniach funkcyjnych.

Poniżej omawiam krótko zawartość artykułów przedstawionej rozprawy (osiągnięcia naukowego).

Praca [A1] (wspólna z A. Kamińską i Y. Raynaud; 33 strony) opisuje przestrzenie dualne do przestrzeni Orlicza-Lorentza, rozszerzając stare wyniki Halperina z 1953 roku, używając tzw. funkcji poziomu. Artykuł ma 6 obcych cytowań (według bazy MathSciNet).

Praca [A2] (wspólna z L. Maligrandą; 20 stron) opisuje przestrzenie dualne (w sensie Köthego) do abstrakcyjnych przestrzeni Cesàro, eksponując różnicę pomiędzy przypadkiem przedziału ograniczonego $[0,1]$ a półprostej $[0,+\infty)$. Artykuł ma 13 obcych cytowań.

Praca [A3] (wspólna z L. Maligrandą; 9 stron) opisuje tzw. optymalny obraz operatora Cesàro, uogólniając wcześniejsze wyniki. Autorzy znajdują też wzmocnienie znanej nierówności Hardy'ego. Artykuł ma 7 obcych cytowań.

W pracy [A4] (samodzielna; 19 stron) Habilitant dowodzi, że para $(\widetilde{L^p}, L^\infty)$ jest dla $1 \le p < \infty$ tzw. parą Calderona, odpowiadając tym na pytanie Sinnamona z 2007 roku. Główne narzędzie, to monotoniczna wersja twierdzenia Hardy'ego-Littlewooda-Pólyi. Artykuł ma 2 obce cytowania.

Praca [A5] (wspólna z L. Maligrandą; 22 strony) zajmuje się interpolacją abstrakcyjnych przestrzeni Cesàro, Copsona i Tandoriego (dualnych do przestrzeni Cesàro). Główne wyniki, to przemienność operatora Cesàro z tzw. jednorodnymi funktorami interpolacyjnymi. Artykuł ma 5 obcych cytowań.

Praca [A6] (wspólna z S. Astashkinem i L. Maligrandą; 32 strony) zajmuje się izomorficzną klasyfikacją przestrzeni Cesàro. Główny wynik (którego autorem jest Habilitant) to twierdzenie mówiące, że przestrzenie ces_∞ oraz Ces_∞ są izomorficzne. Odpowiadając na wcześniejsze pytanie współautorów (Astashkina i Maligrandy). Praca zawiera też szereg innych wyników na temat własności przestrzeni Cesàro i Tandoriego (własność Schura, Dunforda-Pettisa). Artykuł ma 2 obce cytowania.

Praca [A7] (wspólna z P. Kolwiczem i L. Maligrandą; 31 stron) dotyczy „arytmetyki" przestrzeni funkcyjnych, mianowicie zależności pomiędzy kratami funkcyjnymi i ich przestrzeniami Cesáro wyrażające się poprzez iloczyn punktowy $\odot$ oraz przestrzenie mnożników punktowych. Jako zastosowanie opisano mnożniki punktowe klasycznych przestrzeni Lorentza $L_{p,q}$. Artykuł ma 3 obce cytowania.

Najważniejsze, w mojej opinii, wyniki przedstawionej rozprawy, to opis przestrzeni dualnych (w sensie Köthego) do przestrzeni Cesàro oraz opisanie struktury izomorficznej tychże przestrzeni. W szczególności, Habilitant pokazał, że przestrzenie ces_∞

i Ces_∞ są izomorficzne. Zaskakujace dla mnie jest to, że fakt ten został odkryty dopiero kilka lat temu, zwłaszcza biorąc pod uwagę, że klasyczne przestrzenie Cesàro były badane przez wielu matematyków, mniej więcej od połowy ubiegłego wieku.

Wyniki rozprawy, jak widać z dokumentacji oraz z powyższego krótkiego omówienia, są cytowane przez niemałą grupę matematyków z różnych ośrodków (w sumie ponad 80 nazwisk, według MathSciNet), w tym kilkoro znanych specjalistów, np. J. Bonet, H. Hudzik, A. Kamińska, M. Mastyło, W. J. Ricker, H. S. Saker, E. Sánchez Pérez, V. D. Stepanov. Niemniej jednak, zdecydowana większość matematyków cytujących publikacje Habilitanta pracuje (czy też pracowała) w tej samej lub bardzo bliskiej tematyce. Z drugiej strony, nawet bardzo doświadczeni naukowcy pracujący w matematyce teoretycznej często skupiają się na bardzo wąskiej tematyce, co ma zresztą swoje pozytywne aspekty: łatwiej zostać uznanym w środowisku i łatwiej publikować w odpowiednich czasopismach. Nie można tutaj winić Habilitanta za to, że przyjął taką a nie inną strategię w swoich badaniach naukowych.

Pozostały dorobek naukowy

Habilitant ma w swoim dorobku 3 artykuły opublikowane przed doktoratem (wszystkie wspólne z promotorem) oraz 8 artykułów opublikowanych po doktoracie i nie związanych z rozprawą habilitacyjną.

Warto tu zwrócić uwagę, że najbardziej cytowana praca to [R4] (32 obce cytowania według MathSciNet), która dotyczy własności faktoryzacji, a właściwie operacji produktu (iloczynu) punktowego $\odot$, które są później stosowane do twierdzeń faktoryzacyjnych.

Pozostałe 7 artykułów opublikowanych po doktoracie dotyczy tematów związanych z różnymi przestrzeniami funkcyjnymi. Najnowszy, opublikowany w 2021 roku, bada zwartość operatorów pomiędzy przestrzeniami Hardy'ego generowanymi przez funkcyjne kraty Banacha.

Jak widać, Habilitant nie wychodzi tutaj poza tematy ściśle związane z przestrzeniami funkcyjnymi.

Podsumowanie

Dorobek naukowy Habilitanta, biorąc pod uwagę czas od uzyskania stopnia doktora nauk matematycznych, jest bardzo przyzwoity. Jego prace są cytowane przez innych matematyków (82 autorów według MathSciNet), co jasno dowodzi, że tematyka (chociaż nieco skrajna) jest raczej żywa i ciągle rozwijana.

Rozprawa habilitacyjna składa się z 7 opublikowanych artykułów naukowych, w tym zaledwie jeden samodzielny, liczący 19 stron, opublikowany w *Studia Mathematica*.

W pięciu pracach wchodzących w skład rozprawy pojawia się Lech Maligranda jako współautor. Można by tutaj mieć pewne wątpliwości co do samodzielności naukowej Habilitanta, ale czytając uważnie oświadczenia współautorów (w tym Lecha Maligrandy), nie mam wątpliwości, że udział pana Karola Leśnika w pracy nad wynikami rozprawy był znaczący, a czasem nawet decydujący. Co więcej, nie ma nic złego w tym, że młody matematyk nawiązuje długoletnią owocną współpracę ze znakomitym doświadczonym starszym naukowcem, który jednocześnie nie był promotorem jego doktoratu. Jedyny słaby punkt takiej współpracy, to ewentualny brak uznania dla wkładu młodszego matematyka wśród potencjalnych recenzentów przy procedurach związanych z awansami naukowymi. Jeszcze jeden „minus” zbyt intensywnej współpracy z jednym doświadczonym naukowcem lub z jedną konkretną małą grupą badawczą, to czasem daleko idące ograniczenie tematyki własnych badań naukowych. To są zresztą typowe przypadki karier matematyków (szczególnie w Polsce), którzy po doktoracie pracują cały czas w jednym ośrodku, całe życie spotykając się z jedną jedyną (czasem nawet rozpoznawalną w świecie) grupą naukowców pracujących w ściśle określonej tematyce, rzadko akceptującą nowe kierunki badań.

Warto dodać, że Habilitant ma też wspólny artykuł, (wchodzący w skład rozprawy) ze znaną specjalistką Anną Kamińską (University of Memphis), która obecnie opiekuje się też jego byłym magistrantem. To wszystko świadczy, że Habilitant jest otwarty na współpracę z innymi naukowcami, co jest niezwykle cenne w profesjonalnej pracy naukowej.

Habilitant ma za sobą szereg wystąpień na międzynarodowych konferencjach matematycznych i seminariach naukowych, kilka z nich były wykładami proszonymi, czasami w specjalistycznej sekcji większej konferencji. Brakuje tu trochę chociaż jednego wykładu plenarnego na międzynarodowej konferencji, ale zdaję sobie sprawę, że tego typu zaproszenie jest trudno uzyskać i jedyna droga to prowadzić jak najlepszą pracę naukową, licząc na uznanie w środowisku, a także biorąc udział w znaczących konferencjach, rozpowszechniając w ten sposób swoje dotychczasowe wyniki.

Jeśli chodzi o projekty badawcze finansowane instytucjami publicznymi, Habilitant ma w swoim dorobku grant SONATA (2018–2021) jako kierownik projektu, wraz z dwoma młodszymi kolegami (dr Paweł Mleczko oraz mgr Jakub Tomaszewski). Jest to niezłe osiągnięcie, biorąc pod uwagę fakt, że uzyskanie finansowania (nawet bardzo dobrego!) projektu złożonego w Narodowym Centrum Nauki jest w ostatnich latach coraz trudniejsze.

Uwagi krytyczne. Można oczywiście postawić zarzut, że Habilitant całą swoją dotychczasową karierę poświęcił wąskiemu i średnio atrakcyjnemu tematowi przestrzeni funkcyjnych, nie próbując zainteresować się innymi działami analizy funkcjonalnej, czy też podążać w kierunku zastosowań teorii przestrzeni funkcyjnych w innych działach matematyki. Z drugiej strony, rozumiem, że tematyka badań naukowych Habilitanta jest silnie osadzona w długoletniej tradycji poznańskiej szkoły matematycznej. Uważam, że samodzielny i jednocześnie profesjonalny matematyk powinien być otwarty na różne (zwłaszcza nowe!) tematy badawcze, niekoniecznie bliskie jego dotychczasowej działalności naukowej. Wierzę jednak, że pan Karol Leśnik ma potencjał na to, aby po uzyskaniu stopnia doktora habilitowanego rozszerzyć swoje horyzonty badań naukowych, nawiązując współpracę z nowymi grupami badawczymi, a także profesjonalnie szkoląc młodą kadrę.

Kolejna uwaga krytyczna (pośrednio związana z powyższą), to słabe doświadczenie Habilitanta w kwestii staży międzynarodowych. W zasadzie jedyny pobyt naukowy, to staż post-doktorski (postdoc) na Luleå University of Technology w Szwecji. Pochwalić jednak należy, że pobyt ten zaowocował wieloletnią współpracą naukową z renomowanym matematykiem Lechem Maligrandą. Pozostałe zagraniczne pobyty naukowe Habilitanta, to zaledwie kilkudniowe wizyty w Paryżu, Lizbonie i Pradze.

Z przedstawionej dokumentacji wynika, że doświadczenie Habilitanta w uczeniu studentów skupia się na szeroko rozumianej analizie matematycznej. Trudno tutaj stwierdzić, czy Habilitant potrafi przygotować specjalistyczny wykład czy serię wykładów dla szerszego grona odbiorców (np. doktorantów). Z drugiej strony, obecnie nadanie stopnia doktora habilitowanego nie jest ściśle związane z działalnością dydaktyczną.

Ostatnia uwaga krytyczna, to niepokojące wrażenie, wynikające z oświadczeń współautorów prac wchodzących w skład rozprawy, że Habilitant zazwyczaj nie brał udziału w końcowym redagowaniu wspólnych publikacji. Z drugiej strony, w rozprawie znajduje się jedna samodzielna publikacja, zatem wierzę, że Habilitant jest w stanie samodzielnie poprawnie i profesjonalnie zredagować czytelny artykuł naukowy. Wierzę też, że Habilitant będzie w najbliższym czasie mógł sprawować opiekę naukową nad przewodem doktorskim oraz szkolić młodą kadrę matematyczek i matematyków.

Podsumowując: Powyższe uwagi krytyczne nie mają większego wpływu na moją ogólną pozytywną ocenę rozprawy i dorobku naukowego Habilitanta.

Biorąc pod uwagę dotychczasowy dorobek i życiorys Habilitanta, mam szczerą nadzieję, że nie ulegnie on zbyt dużemu wpływowi lokalnego środowiska matematycznego w kwestiach „tradycyjnych" badań naukowych i jako samodzielny naukowiec znajdzie na tyle energii i siły, aby rozwinąć swoje horyzonty badań naukowych, poszukując nowych inspiracji w działach matematyki związanej z analizą matematyczną i nie tylko.

Konkluzja. Uważam, że przedstawiona rozprawa habilitacyjna (zwana obecnie *osiągnięciem naukowym*), a także pozostały dorobek Habilitanta **spełniają** niezbędne wymogi ustawowe. Wnioskuję o nadanie panu Karolowi Leśnikowi stopnia **doktora habilitowanego** w dyscyplinie **matematyka**.

10 grudnia 2021

Wiesław Kubiś

Institute of Mathematics, Czech Academy of Sciences