

Warszawa, 10.12.2025
prof. dr hab. Yuriy Tomilov
Instytut Matematyczny
Polskiej Akademii Nauk
ul. Śniadeckich 8
00-656 Warszawa

**Recenzja w postępowaniu o nadanie
stopnia doktora habilitowanego
dr Adamowi Przestackiemu**

Przebieg kariery habilitanta. Dr Adam Przestacki ukończył studia na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza (UAM) w Poznaniu w 2011 roku, zdobywając tytuł magistra matematyki. W roku 2015 uzyskał on stopień doktora nauk matematycznych na tymże Wydziale na podstawie rozprawy doktorskiej pt., „Composition operators on the space of smooth functions” napisanej pod kierunkiem prof. dra hab. Pawła Domańskiego. Od 2015 roku Habilitant jest zatrudniony na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM na stanowisku adiunkta.

Omówienie osiągnięcia naukowego i zawartych w nim wyników. Oceniane osiągnięcie naukowe obejmuje cykl sześciu prac [A]–[F], poświęconych dynamice ważonych operatorów złożenia i przesunięcia na klasycznych przestrzeniach funkcji: gładkich, holomorficznych, Schwartz’a oraz funkcji wolno rosnących. Wspólnym mianownikiem całego cyklu jest analiza orbit operatorów postaci

$$C_{w,\psi}f = w \cdot (f \circ \psi) \quad \text{oraz} \quad T_w f(x) = w(x)f(x+1),$$

na przestrzeniach posiadających strukturę przestrzeni Frécheta lub pokrewnych przestrzeni liniowo-topologicznych, z topologią określoną za pomocą lokalnych pónorm. W tym kontekście badane są podstawowe własności dynamiczne orbit, takie jak: hipercykliczność, mieszanie wraz ze swoją słabszą wersją, oraz chaos.

Aby odpowiednio umiejscowić osiągnięcia naukowe i wyjaśnić wagę zawartych w nich wyników, krótko przybliżę tematykę dynamiki liniowej, jej podstawowe pojęcia i problemy. Omawiany cykl prac dotyczy aktualnych zagadnień dynamiki liniowej. Jest to dobrze ugruntowany (choć historycznie stosunkowo młody) rozdział analizy funkcjonalnej, w którym bada się własności jakościowe orbit ciągłych operatorów liniowych T działających na przestrzeniach liniowo-topologicznych X , w szczególności na przestrzeniach Banacha i Frécheta (a niekiedy szerzej: na przestrzeniach lokalnie wypukłych). Jednym z podstawowych problemów rozpatrywanych w tej tematyce jest zrozumienie, na ile (pomimo liniowości) iteracje operatorów mogą odtwarzać zjawiska typowe dla dynamiki topologicznej, takie jak tranzytywność czy mieszanie, oraz jakie nowe efekty, specyficzne dla sytuacji liniowej, pojawiają się w tym kontekście. Kluczowe jest przy tym, że zjawiska „chaotyczne” mogą występować także w układach liniowych. Warto też zauważyć, że dynamika liniowa ma z natury charakter nieskończeniewymiarowy: w skończonym wymiarze jest ona zbyt sztywna, by generować rzeczywiście bogate zachowania orbit.

Centralnym pojęciem dynamiki liniowej jest hipercykliczność: operator nazywa się hipercyklicznym, jeśli istnieje wektor x , którego orbita $\{T^n x : n \geq 0\}$ jest gęsta w X . Już na poziomie definicji widać, że hipercykliczność wymusza, aby X była ośrodkowa. W ośrodkowych przestrzeniach Frécheta działa klasyczny mechanizm polegający na podejściu kategoryjnym Baire’a: twierdzenie Birkhoffa o tranzytywności utożsamia hipercykliczność z tranzytywnością topologiczną, tj. z warunkiem: dla każdego niepustych zbiorów otwartych $U, V \subset X$

istnieje $n \geq 0$ takie, że $T^n(U) \cap V \neq \emptyset$. W konsekwencji w ramach przestrzeni Frécheta pojęcia „hipercykliczności” i „topologicznej tranzytywności” stanowią w praktyce dwa równoważne języki opisu tego samego zjawiska, a zbiór wektorów hipercyklicznych jest zbiorem gęstym typu G_δ .

Wśród wzmocnień tranzytywności wyróżnia się słabe mieszanie oraz mieszanie: mieszanie oznacza, że dla danych niepustych otwartych $U, V \subset X$ istnieje N , iż $T^n(U) \cap V \neq \emptyset$ dla każdego $n \geq N$, zaś słabe mieszanie definiuje się najczęściej przez tranzytywność operatora $T \times T$ na $X \times X$. Z definicji wynika standardowa hierarchia wspomnianych pojęć: mieszanie implikuje tranzytywność, a tranzytywność – hipercykliczność.

Obok tego pojawiają się wzmocnienia „ilościowe”, takie jak częsta hipercykliczność, gdzie wymaga się, aby powroty orbity do każdego niepustego otwartego zbioru zachodziły „często”, np. z dodatnią dolną gęstością w $\mathbb{N}$. Popularne (w sensie Devaney’a) pojęcie chaosu w dynamice liniowej definiuje się przez tranzytywność (hipercykliczność) oraz gęstość punktów okresowych. Definicje te dostarczają precyzyjnego języka do porównywania stopnia „chaotyczności” operatorów, wyrażonej przez bardzo nieregularne zachowanie orbit, a jednocześnie pozostają na tyle elastyczne, by obejmować szerokie klasy przykładów.

Pewne naturalne konteksty (np. przestrzenie wolnorosnących funkcji gładkich) sugerują wyjście poza ramy przestrzeni Frécheta ku ogólniejszym przestrzeniom lokalnie wypukłym. Na tej drodze powstaje wiele subtelności związanych, między innymi, z pojęciami metryzowalności, zupełności i argumentów typu kategorii Baire’a. W szczególności, choć hipercykliczność nadal pociąga tranzytywność, implikacja odwrotna może nie zachodzić, gdyż nie wolno już stosować twierdzenia Birkhoffa, i w takich sytuacjach często konieczna bywa bezpośrednia konstrukcja wektora hipercyklicznego. Własności typu „tranzytywności” i „mieszania” mają sens, ale nie zawsze automatycznie przekładają się na istnienie gęstych orbit. Więc, zachowując główne intuicje dynamiki liniowej, czasami charakteryzacja własności jakościowych orbit operatorowych w takich przestrzeniach staje się poważnym wyzwaniem.

Na tym tle naturalnie lokuje się program omawianych prac: dynamika liniowa rozwija się poprzez badanie konkretnych klas operatorów (m.in. przesunięć ważonych, operatorów kompozycji i ich uogólnień), poprzez analizę relacji między różnymi własnościami dynamicznymi, a także poprzez związki z klasycznymi problemami analizy funkcjonalnej. Wszystkie prace wchodzące w skład osiągnięcia naukowego, jawnie lub niejawnie, opierają się na tej samej ogólnej zasadzie: o własnościach dynamicznych operatora (hipercykliczność, mieszanie, chaos, zjawiska związane z podprzestrzeniami niezmienniczymi) decydują przede wszystkim dynamika symbolu ψ (zachowanie iteracji ψ^n) oraz geometria i topologia dziedziny Ω (np. struktura składowych spójności dopełnienia $\mathbb{C} \setminus \Omega$, zachowanie przy nieskończoności). Schemat przewodni zakłada, że aby uzyskać gęstość orbit operatorowych (lub mocniejsze własności), trzeba zapewnić możliwość „ucieczki” iteracji ψ^n z dowolnego zadanego zbioru zwanego, podczas gdy waga w nie może nigdzie zanikać ani w sposób niekontrolowany tłumić orbity. Prace [A], [C], [D] i [E] rozwijają ten schemat w różnych klasach przestrzeni Frécheta lub przestrzeni pokrewnych, natomiast [B] i [F] pokazują, że ten sam schemat pozwala badać również sytuacje bardziej „patologiczne” (brak podprzestrzeni niezmienniczych, dynamika na niemetryzowalnych przestrzeniach liniowo-topologicznych).

Przechodząc do omówienia konkretnych rezultatów habilitanta i ich miejsca w istniejącej literaturze, zacząć od pracy [A], która jest, moim zdaniem, punktem wyjścia do pozostałego dorobku. Dotyczy ona ważonych operatorów złożenia $C_{w,\psi}$ na przestrzeni $C^\infty(\Omega)$, gdzie $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ jest zbiorem otwartym. Jest to przestrzeń Frécheta z klasyczną rodziną pólnorm wyznaczanych przez wielkość wszystkich pochodnych na zbiorach zwartych. Najważniejszym rezultatem jest pełna charakteryzacja hipercyklicznych, słabo mieszających i mieszających operatorów $C_{w,\psi}$. W szczególności habilitant pokazuje, że operator $C_{w,\psi}$ jest hipercykliczny wtedy i tylko wtedy, gdy waga w nie ma zer w Ω , symbol ψ jest różnowartościowy i lokalnie odwracalny (różniczkowalny z nieosobliwym Jacobianem), a iteracje ψ^n „opuszczają” po pewnym czasie każdy zbiór zwarty („run-away”). Podobna charakteryzacja otrzymana też

dla mieszania, która zakłada wzmocnioną wersję ostatniego warunku: brak powrotów orbit do danego zbioru zwartego dla wszystkich dostatecznie dużych czasów n . W przypadku $\Omega = \mathbb{R}$ sytuacja ulega uproszczeniu. W szczególności, w nieważonym przypadku $w \equiv 1$, jeżeli $\psi \in C^\infty(\mathbb{R})$ spełnia $\psi'(x) \neq 0$ dla wszystkich $x \in \mathbb{R}$ oraz nie ma punktów stałych, to operator C_ψ jest hipercykliczny wtedy i tylko wtedy, gdy jest mieszający, a te własności są ponadto równoważne chaosowi w sensie Devaneya.

Od strony technicznej praca [A] opiera się na następującym schemacie dowodzenia hipercykliczności na przestrzeniach opisanych rodziną półnorm. Zbiory otwarte w $C^\infty(\Omega)$ przedstawia się za pomocą skończonej liczby półnorm związanych z wartościami funkcji i jej pochodnych na pewnych zbiorach zwartych. Następnie wybiera się rosnącą rodzinę zbiorów zwartych (K_j) oraz odpowiadające im iteracje ψ^{n_j} w taki sposób, aby obrazy tych zbiorów względem odwzorowań ψ^{n_j} były wzajemnie rozłączne. Na każdym z tych zbiorów konstruuje się funkcję, której wartości i pochodne do ustalonego rzędu dobrze przybliżają zadany wzorec, przy jednoczesnej kontroli pozostałych półnorm. Za pomocą standardowych funkcji odcinających skleja się te lokalne dane w jedną funkcję globalną, a złożenie z odpowiednimi iteracjami ψ powoduje, że kolejne fragmenty tej konstrukcji odpowiadają kolejnym iteracjom operatora. W ten sposób uzyskuje się funkcję, która spełnia wymagania definicji hipercykliczności dla rozważanego operatora.

Praca [D] rozwija dalej rozważania z [A] w sytuacji jednowymiarowej. Pokazuje ona, że na $C^\infty(\mathbb{R})$ każdy hipercykliczny ważony operator złożenia $C_{w,\psi}$ jest ponadto zawsze często hipercykliczny. Innymi słowy, nie tylko istnieje wektor o gęstej orbicie, ale orbita ta odwiedza dowolny ustalony zbiór otwarty z dodatnią dolną gęstością. W metodologii pracy, poza klasycznymi narzędziami teorii „częstej hipercykliczności” (kryteria Bayarta–Grivaux, rozkład orbity na bloki), istotną rolę odgrywa analiza jednowymiarowej dynamiki symbolu ψ . Wykorzystując techniki związane z rozwiązywalnością równania Abela

$$H(\psi(x)) = H(x) + 1, \quad x \in \mathbb{R},$$

oraz pokrewnych równań funkcyjnych, dr Przystacki redukuje badanie dynamiki $C_{w,\psi}$ do dynamiki prostego przesunięcia na prostej rzeczywistej, co umożliwia zastosowanie dobrze znanych metod teorii częstej hipercykliczności. Prowadzi to do istotnego wzmocnienia jakościowego (choć w ujęciu jednowymiarowym): okazuje się, że schemat konstrukcyjny z [A] da się odpowiednio „zageścić w czasie” tak, by momenty, w których realizujemy kolejne przybliżenia na zadanych zbiorach zwartych, tworzyły zbiory indeksów o dodatniej gęstości asymptotycznej. Uzupełniając pracę [A], artykuł [D] wykazuje ciekawe zjawisko: przy odpowiednim doborze przestrzeni funkcji minimalne założenia na symbol i wagę wymuszają od razu dość silne własności chaotyczne orbit.

Praca [B] przenosi środek ciężkości z hipercykliczności na klasyczny problem podprzestrzeni niezmienniczych. Habilitant konstruuje ciągły operator liniowy na $C^\infty(\mathbb{R})$, który nie posiada żadnych nietrywialnych domkniętych podprzestrzeni niezmienniczych. Motywacja tu wywodzi się tu przede wszystkim z przełomowych wyników Reada, który jako pierwszy skonstruował podobne operatory na przestrzeni ℓ^1 , a dalej wzmocnił swój wynik podając przykład operatora nie posiadającego nawet nietrywialnych domkniętych zbiorów niezmienniczych. Wyniki Reada zainicjowały szereg badań i zaowocowały wieloma modyfikacjami jego metody do celów dynamiki liniowej i zrozumienia struktury podprzestrzeni i zbiorów niezmienniczych. Konstrukcja podana w [B] nawiązuje do schematu Reada i jego późniejszych uogólnień i opiera się na starannie dobranym układzie gładkich funkcji o nośnikach skoncentrowanych w małych przedziałach, który wyznacza dogodny układ współrzędnych (w sensie bazy topologicznej) w $C^\infty(\mathbb{R})$. Konstrukcja zapewnia możliwość dokładnej kontroli wartości funkcji i jej pochodnych do pewnego rzędu na tych przedziałach oraz przewiduje lokalne perturbacje wprowadzane na kolejnych, coraz dalej przesuniętych przedziałach. Skonstruowany operator działa w przybliżeniu jak przesunięcie względem takiego układu, a jego rzadkie perturbacje wymuszają, by każda niezerowa podprzestrzeń niezmiennicza zawierała wektory dowolnie bliskie do wszystkich wektorów bazowych, a więc koniecznie pokrywała się z całą przestrzenią. Technika

lokalnej kontroli, rozwijana także w pracach [A] i [D] w kontekście hipercykliczności, została tu wykorzystana w zupełnie innym celu: do realizacji konstrukcji typu Reada i wyeliminowania wszystkich nietrywialnych podprzestrzeni niezmienniczych. Warto podkreślić, że pierwsze przykłady operatorów bez podprzestrzeni niezmienniczych na przestrzeniach Frécheta pochodzą z prac Atzmona (1993) i dotyczą specjalnie konstruowanych przestrzeni (zwykle nuklearnych). Praca [B] pokazuje, że tego typu patologia występuje już na standardowej, i bardzo naturalnej przestrzeni Frécheta funkcji gładkich przestrzeni $C^\infty(\mathbb{R})$, odgrywającej ważną rolę w analizie i teorii równań różniczkowych. Ponadto rozwiązuje ona częściowo problem postawiony przez Q. Meneta.

W pracy [C] badania przenoszą się do mniejszej przestrzeni Schwartz'a $\mathcal{S}(\mathbb{R})$, gdzie rozważa się nieco prostsze ważne operatory przesunięcia

$$T_w f(x) = w(x)f(x+1), \quad x \in \mathbb{R}.$$

W odróżnieniu od przypadku $C^\infty(\Omega)$, gdzie kontroluje się głównie pochodne na zbiorach zwartych, tutaj równorzędną rolę odgrywa zachowanie funkcji (i jej pochodnych) w nieskończoności, opisane klasycznymi pólnormami

$$p_{N,m}(f) = \sup_{x \in \mathbb{R}} (1 + |x|)^N |f^{(m)}(x)|, \quad x \in \mathbb{R}, \quad N, m \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Habibant formułuje dość eleganckie warunki na hipercykliczność, słabe mieszanie, mieszanie i chaos operatora T_w w terminach iloczynów wag $W_n(x) = \prod_{k=0}^{n-1} w(x+k)$ oraz ich pochodnych. W dużym uproszczeniu, konstrukcja wektora o gęstej orbicie opiera się na odpowiednim doborze podciągów (n_j) . Dla jednych z nich wymaga się, aby iloczyny W_{n_j} były bardzo małe na długich przedziałach, co umożliwia „wpisanie” na tych odcinkach zadanych „fragmentów” funkcji bez naruszania wymaganego tempa zaniku w pólnormach Schwartz'a. Dla innych podciągów wymagane jest natomiast, by wartości W_{n_j} były dostatecznie duże, co gwarantuje, że dobrane „fragmenty” funkcji pojawiają się z żadaną wielkością i dają zadane przybliżenia w kolejnych iteracjach. Wyniki artykułu [C] można postrzegać jako odpowiedniki klasycznych rezultatów Salasa dla ważonych przesunięć na przestrzeniach ℓ^p , ale przeniesione na pełną wieżę pólnorm Schwartz'a. Praca ta pokazuje, że schemat dynamiki z [A] daje się przeszczepić na przestrzeń, w której geometryczna kontrola w nieskończoności jest równie ważna jak lokalna gładkość.

W trakcie opisywanych badań w sposób naturalny pojawia się pytanie o dynamice operatorów kompozycji w bardziej „skomplikowanych” przestrzeniach lokalnie wypukłych i o możliwości znalezienia kolejnych nowych efektów z tym związanych. W pracy [F] rozważane są operatory kompozycji $C_\psi f = f \circ \psi$ na przestrzeni $\mathcal{O}_M(\mathbb{R})$ funkcji gładkich wolno rosnących, równoważnie: mnożników przestrzeni Schwartz'a. Jest to przestrzeń niemetryzowalna, co znacząco komplikuje standardowe argumenty dynamiczne. Dr Przystacki skupia się na własnościach mieszania oraz tzw. ciągowej hipercykliczności, która w tym niemetryzowalnym ujęciu stanowi naturalne osłabienie klasycznej hipercykliczności: wymaga się istnienia wektora, którego orbita przybliży dowolny wektor z przestrzeni za pomocą odpowiednich ciągów iteracji operatora. Kluczowym elementem jest tu systematyczne wykorzystanie równania Abła podanego wyżej. Zgodnie z wcześniejszym omówieniem, techniki związane z równaniem Abła pojawiają się już w pracy [D] w kontekście $C^\infty(\mathbb{R})$. Natomiast w [F] stają się one osiłą głównych twierdzeń: mieszanie operatora C_ψ na $\mathcal{O}_M(\mathbb{R})$ jest ściśle powiązane z istnieniem odpowiednich rozwiązań H należących do $\mathcal{O}_M(\mathbb{R})$, a warunki rozwiązywalności równania Abła przekładają się na konkretne kryteria mieszania i (ciągowej) hipercykliczności dla szerokich klas operatorów kompozycji. W szczególności uzyskane kryterium pozwala wykazać, że wiele operatorów mieszających na $\mathcal{O}_M(\mathbb{R})$ jest automatycznie (ciągowo) hipercyklicznych.

W literaturze operatory kompozycji są najczęściej badane na przestrzeniach funkcji holomorficzych (często przy dodatkowych założeniach). Z tego punktu widzenia naturalne jest pytanie postawione przez Bèsa: dla jakich obszarów $\Omega \subset \mathbb{C}$ istnieje hipercykliczny ważony operator kompozycji $C_{w,\psi}$ na przestrzeni $H(\Omega)$ funkcji holomorficzych na Ω , oraz jak wygląda pełna charakterystyka takiej dynamiki. Praca [E] dostarcza wyczerpującą odpowiedź na to

pytanie. Dr Przestacki używa języku składowych spójności dopełnienia $\mathbb{C} \setminus \Omega$ oraz tzw. zbiorów Ω -wypukłych, co pozwala rozdzielić analizę na kilka naturalnych przypadków: obszary jednospójne, tzw. nakłute obszary jednospójne, inne obszary skończenie spójne oraz obszary nieskończenie spójne. W przypadku obszarów jednospójnych praca [E] wzmacnia wynik Bèsa: jeśli waga w nie ma miejsc zerowych, a symbol ψ jest holomorficzną iniekcją bez punktów stałych, to $C_{w,\psi}$ nie tylko jest hipercykliczny, ale wręcz silnie hipercykliczny (posiada gęsty zbiór wektorów o gęstej orbicie). Znacznie ciekawszy jest jednak przypadek tzw. nakłutych obszarów jednospójnych, konforemnie równoważnych z $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ lub $D^* = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\}$). Klasyczny wynik Grosse-Erdmanna i Mortiniego wykłucza tam hipercykliczność niezawagowanych operatorów kompozycji, natomiast [E] pokazuje, że odpowiednio dobrane wagi potrafią „przełamać” to ograniczenie. Dla $\Omega = \mathbb{C}^*$ autorzy wykazują, że $C_{w,\psi}$ jest hipercykliczny wtedy i tylko wtedy, gdy po odpowiedniej normalizacji mamy

$$\psi(z) = az \quad (0 < |a| < 1 \text{ lub } |a| > 1), \quad w(z) = z^{\pm k} e^{W(z)}$$

dla pewnego $k \in \mathbb{N}$ oraz $W \in H(\mathbb{C}^*)$. Podobna, nieco bardziej subtelna charakteryzacja uzyskana jest dla obszarów konforemnie równoważnych z D^* . Z kolei dla pozostałych obszarów skończenie spójnych wylania się wynik negatywny: brak hipercyklicznych ważonych operatorów kompozycji, natomiast dla obszarów nieskończenie spójnych hipercykliczność $C_{w,\psi}$ okazuje się równoważna naturalnemu warunkowi „ucieczki” iteracji ψ^n z każdego Ω -wypukłego zwartego przy braku zer wagi i iniektywności symbolu. W porównaniu z sytuacją $C^\infty(\Omega)$ z [A], praca [E] wyraźnie pokazuje, że w przestrzeni holomorficzej obok lokalnych własności symbolu i wagi kluczową rolę odgrywa globalna geometria obszaru: typ spójności Ω oraz struktura składowych dopełnienia $\mathbb{C} \setminus \Omega$ wprost decydują o tym, czy hipercykliczna dynamika jest w ogóle możliwa.

Z perspektywy całościowej cykl prac [A]–[F] tworzy spójny obraz dynamiki ważonych operatorów złożenia i przesunięcia na przestrzeniach funkcji. Praca [A] stanowi punkt wyjścia, podaje przejrzyste kryteria podstawowych rodzajów dynamiki na $C^\infty(\Omega)$ w terminach symbolu i wagi, oraz rozwija odpowiednie techniki i narzędzia. Praca [D] pokazuje, że w wymiarze jeden ta dynamika może być bardziej chaotyczna niż wynikałoby to z samej hipercykliczności: na $C^\infty(\mathbb{R})$ hipercykliczność pociąga za sobą częstą hipercykliczność. Z kolei, artykuł [B], opierając się na głębokim zrozumieniu dynamiki na $C^\infty(\mathbb{R})$, konstruuje na tej przestrzeni ciągle operator bez nietrywialnych podprzestrzeni niezmienniczych, przenosząc tym samym klasyczną konstrukcję Reada na grunt klasycznych przestrzeni Frécheta. Przechodząc do innych, ale bliskich w duchu przestrzeni, praca [C] adaptuje schemat z [A] do przestrzeni Schwartz’a, gdzie równie istotne jak gładkość jest zachowanie w nieskończoności. Praca [F] rozwija go dalej, w kierunku niemetryzowalnej przestrzeni mnożników $\mathcal{O}_M(\mathbb{R})$, wprowadzając dodatkowo narzędzia z teorii równań funkcyjnych (równanie Abela). Praca [E] ustala analogiczny obraz w klasie przestrzeni holomorficzych $H(\Omega)$, z wyraźnym uwzględnieniem topologii dziedziny Ω i jej roli w badaniu własności dynamicznych.

Ocena osiągnięcia naukowo-badawczego. Z powyższego omówienia wynika, że osiągnięcie zawiera szereg niebanalnych wyników, niekiedy wymagających istotnej inwencji oraz dobrze rozwiniętego warsztatu analitycznego. Moim zdaniem, na szczególne podkreślenie zasługują praca [A], która przyczyniła się do dalszych postępów w kolejnych publikacjach habilitanta i zwróciła uwagę ekspertów, oraz praca [B], w której zrealizowano wersję konstrukcji Reada na przestrzeni gładkich funkcji na prostej. Bardzo dobre wrażenie robi też praca [E], wylaniająca ciekawe zjawiska za pomocą analizy zespolonej. Osiągnięcie niewątpliwie stanowi znaczący wkład w rozwój dynamiki liniowej na przestrzeniach niebanachowskich.

Z drugiej strony, mam mieszane uczucia co do dorobku habilitanta traktowanego jako całość. Dynamika liniowa rozwija się od co najmniej czterdziestu lat. Mimo sporych oczekiwań, dziedzina ta pozostała, moim zdaniem, bardzo hermetyczna. O ile część metod i rozważanych obiektów wywodziła się z analizy, o tyle wpływ zwrotny na „macierzyste” działy matematyki był raczej ograniczony. Przykładowo, duże nadzieje wiązano z tym, że dynamika

liniowa przyczyni się do lepszego zrozumienia struktury podprzestrzeni niezmienniczych operatorów liniowych. Tak się jednak nie stało. Podobnie, związki zwrotne z klasyczną dynamiką topologiczną/teorią układów dynamicznych oraz teorią ergodyczną pozostawiły wiele do życzenia: owszem, pojęcia z tych dziedzin były kolejno przekładane na język iteracji operatorów liniowych, ale dalszy rozwój tych pojęć odbywał się już głównie w ramach dynamiki liniowej i w niewielkim stopniu oddziaływał na dziedziny wyjściowe.

Badania zawarte w rozprawie lokują się ponadto w niszowym fragmencie dynamiki liniowej, podczas gdy, z mojego punktu widzenia, zasadniczy ciężar gatunkowy tej dziedziny koncentruje się przede wszystkim w klasie operatorów na przestrzeniach Banacha, w teorii miary na takich przestrzeniach, w teorii spektralnej oraz w pewnych spokrewnionych zagadnieniach analizy harmonicznej i zespolonej. Nie będąc ekspertem w wąskiej tematyce rozprawy, wagę merytoryczną, choć niewątpliwie ciekawych i poprawnych, uzyskanych w niej wyników oceniam raczej jako umiarkowaną.

Brakuje publikacji w czasopismach o wysokiej randze, nawet specjalistycznych, nie wspominając o pismach ogólnomatematycznych. Tym samym brak jest zewnętrznej weryfikacji i opinii eksperckiej na najwyższym poziomie merytorycznym. (Habilitation ma w dorobku pracę opublikowaną w JFA w roku 2014, dotyczącą domkniętości obrazów ważonych operatorów złożenia, która jednak nie wchodzi w skład ocenianej rozprawy.)

Dorobek zawarty w rozprawie jest spójny i w istocie monotematyczny. Całość dorobku naukowego habilitanta nie odbiega znacząco od tematyki omawianego osiągnięcia i obejmuje kilkanaście prac. Ich różnorodność i objętość pozostawiają jednak pewien niedosyt. Cytowalność tego dorobku (21 cytowań bez autocytowań) jest co prawda niewysoka, ale na tle innych habilitacji, które ostatnio recenzowałem, należy ją uznać za przyzwoitą. W pewnym sensie odzwierciedla ona niszowość omawianej tematyki.

Aktywność naukowa habilitanta. Aktywność naukowa habilitanta jest umiarkowana, choć mieści się na akceptowalnym poziomie. Po uzyskaniu stopnia doktora habilitant wziął udział w pięciu konferencjach międzynarodowych oraz uczestniczył w realizacji jednego grantu. Odbył trzy tygodniowe wizyty naukowe w Trewirze i Walencji. Ponadto był członkiem komitetu organizacyjnego trzech konferencji. Udział w realizacji grantów mógłby być nieco większy.

Konkluzja: Reasumując, uważam, że wyniki uzyskane w osiągnięciu naukowym stanowią istotny wkład w rozwój dynamiki liniowej, a tym samym w teorię operatorów. Moim zdaniem, dr Adam Przystacki spełnia wymagania ustawowe i zwyczajowe do nadania stopnia doktora habilitowanego, określone w art. 219 ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce z dnia 20 lipca 2018 roku. Popieram wniosek o nadanie dr. Adamowi Przystackiemu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych, w dyscyplinie matematyka.

Yuriy Tomilov

