

Łódź, 27.12.2023

Andrzej Indrzejczak,  
Katedra Logiki, Uniwersytet Łódzki,  
Lindleya 3/5, 90-131 Łódź  
*andrzej.indrzejczak@filhist.uni.lodz.pl*

## RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Mgr Agaty Tomczyk

pt. *Sequent Calculi for Three non-Fregean Theories*  
przygotowanej pod kierunkiem naukowym  
Promotora prof. dr hab. Doroty Leszczyńskiej-Jasion i dr. Szymona  
Chlebowskiego

### 1 Przedmiot i zawartość rozprawy

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska poświęcona jest teorii dowodu dla wybranych zdaniowych logik niefregeowskich Suszki. Składa się z ośmiu rozdziałów poprzedzonych wstępem oraz bibliografii zawierającej 73 pozycje. Rozprawa jest napisana w języku angielskim i liczy łącznie 119 stron. Konstrukcja i struktura rozprawy jest przemyślana i przejrzysta. Wstęp zawiera omówienie zawartości rozprawy. W rozdziale pierwszym omawia się filozoficzne motywacje, które doprowadziły Romana Suszkę do konstrukcji logik niefregeowskich. Rozdział drugi ma charakter techniczny, wprowadza niezbędne pojęcia i rezultaty dotyczące semantyk algebraicznych, rachunków zdaniowych i sekwentowego rachunku  $G3cp$  dla bazowej klasycznej logiki zdaniowej. W rozdziale trzecim Autorka prezentuje podstawową logikę niefregeowską Suszki SCI (Sentential Calculus with Identity) podając jej aksjomatyczną, algebraiczną i teorio-dowodową charakterystykę za pomocą dwóch rachunków sekwentowych. Kolejne rozdziały, od czwartego do szóstego, koncentrują się na sekwentowych formalizacjach trzech ważnych nadlogik SCI: WB, WT i WH, które stanowią formalizacje wybranych tez Wittgensteina z Traktatu. W każdym przypadku wprowadza się aksjomatyczną i algebraiczną charakteryzację oraz adekwatny rachunek sekwentowy. W rozdziale siódmym Autorka prezentuje najważniejsze zagadnienia z zakresu strukturalnej teorii dowodu dotyczące dopuszczalności reguł strukturalnych, w szczególności reguły cięcia. Oprócz dokładnej charakterystyki tych rezultatów dla rachunku sekwentowego dla SCI, znajdujemy tu szczegółową dyskusję dotyczącą trudności z dowodami tych rezultatów dla pozostałych rachunków, wprowadzonych w rozdziałach 4-6. Ostatni rozdział dostarcza krótkiego podsumowania zaprezentowanych rezultatów oraz sugestii dotyczących dalszych badań.

## 2 Ocena merytoryczna rozprawy

### 2.1 Uwagi ogólne

Rozprawa Pani mgr Agaty Tomczyk dotyczy interesującej i ważnej, zarówno z logicznego, jak i filozoficznego punktu widzenia, problematyki. Podejmuje kwestie, które dotąd nie były rozważane, mianowicie teorio-dowodową charakterystykę najważniejszych wzmocnień logiki SCI. Już na wstępie należy podkreślić, że logiki niefregowskie to niezwykle trudny materiał, dla rozważań tego typu. Standardowe techniki rozwinięte na gruncie współczesnej teorii dowodu z trudnościami dają się tutaj zastosować i często nie pozwalają na uzyskanie w pełni zadowalających wyników. Tym bardziej należy docenić, że Autorka podjęła tak trudny temat w Swoich rozważaniach, proponując oryginalne sekwentowe formalizacje omawianych logik wraz z dyskusją ich własności. Osiągnięte w pracy wyniki są może nie w pełni satysfakcjonujące ale dostarczają solidnej podstawy do dalszych badań, o czym dokładniej piszę dalej.

Rozprawa napisana jest w sposób precyzyjny ale zarazem przystępny. Niczego nie zostawia się domyślności czytelnika. Zarówno język jak i przejrzysta konstrukcja pracy nie budzą moich zastrzeżeń. Ponadto recenzowana rozprawa dowodzi dobrego opanowania warsztatu logicznego przez Autorkę, umiejętności stawiania pytań badawczych i znajdowania na nie samodzielnych odpowiedzi. Drobne i nieliczne usterki, o których mowa poniżej, nie mają wpływu na wysoką ocenę całości.

W dalszej części recenzji przedstawię kilka uwag krytycznych i postulatów dotyczących zarówno kwestii merytorycznych jak i redakcyjnych. Nie służą one dewaluacji wartości omawianej pracy, którą – jak już wcześniej zaznaczyłem – oceniam wysoko. Mogą być natomiast przydatne w przypadku podejmowania dalszej pracy badawczej nad uzyskanym materiałem lub w przypadku decyzji o publikacji rozprawy.

### 2.2 Uwagi szczegółowe

Zacznę od kwestii o charakterze merytorycznym, choć niektóre uwagi mają również znaczenie redakcyjne.

Na str. 7, w ostatnim akapicie podrozdziału 1.2 dobrze byłoby odnieść się nie tylko do pracy Hintikki, ale również do interesujących wyników Kai Wehmeiera [How to live without identity - and why, Australasian Journal of Philosophy 90:761–777, 2014.].

s. 15: Używa się pojęcia algebry pseudo-Boolowskiej bez uprzedniego jej wprowadzenia.

s. 23: Czemu w lemacie 2 jest zawężenie do  $\Rightarrow \varphi$  zamiast do dowolnego sekwentu? Ponadto wprowadza się własność subformuł na początku strony bez podania definicji relatywnej do rachunku sekwentowego, a nawet przed definicją podformuły!

s. 27: Uwaga o niedefiniowalności  $\top$  i  $\perp$  powinna być opatrzona komentarzem. Przecież definicje z użyciem równoważności zachodzą.

s. 35: Podany przez Autorkę układ reguł czyni zbędnym regułę  $L_{\equiv}^{3*}$ , która występuje w systemie Chlebowskiego. Ponieważ dodawanie tego typu reguł domknięcia jest charakterystyczną cechą (żeby nie powiedzieć przywarą) rachunków typu G3 dla rozmaitych teorii budowanych metodą Negri i von Plato, może warto byłoby sobie zadać pytanie ogólniejsze, o warunki jakie powinny spełniać reguły, aby umożliwić eliminację reguł domknięcia.

s. 38: Zdanie "Therefore their proofs in  $H_{SCI}$  are shorter ..." nie jest prawdziwe; w istocie nie wiemy czy stosowne dowody aksjomatyczne są krótsze od odpowiednich dowodów sekwentowych. Ponadto nie ma to nic do rzeczy bo w indukcji odwołujemy się do długości dowodu w systemie sekwentowym. Stąd zdanie to powinno być zastąpione przez "Therefore, by the induction hypothesis we have proofs  $D_1, D_2$  in  $G3_{SCI}$ ".

s. 41: Mam wrażenie, że dowód twierdzenia 13 jest niepotrzebnie skomplikowany.

Rozdział 4 zawiera prezentację rachunku dla WB, który jest tam przedstawiany jako rodzaj rachunku etykietowanego. Wydaje mi się, że użycie etykiet dla odróżnienia dwóch typów sekwentów jest tylko zabiegiem typograficznym natomiast sam rachunek wprowadzony przez Autorkę nie ma nic wspólnego z klasą rachunków sekwentowych nazywanych w literaturze przedmiotu rachunkami etykietowanymi. Jest to raczej przykład rachunku dwusekwentowego – czy szerzej, wielosekwentowego – czyli takiego, w którym operuje się różnymi rodzajami sekwentów. Idea takich rozwiązań pojawiła się po raz pierwszy w pracach Curry'ego [Theory of Formal Deducibility 1950, Foundations of Mathematical Logic 1963] i Zemana [Modal Logic 1973] i była rozwijana również później.

s. 53-55: Wydaje mi się, że reprodukcja tych wszystkich dowodów, które - pomijając pierwszy od dołu krok - są po prostu standardowymi dowodami w logice klasycznej, nie ma większego sensu; wystarczyłby jeden, może dwa, przykłady i komentarz.

s. 69: Mam wrażenie, że uwzględnianie wariantu (b) jako osobnej formalizacji WT nie ma sensu, gdyż jest to jedynie dodanie reguł wtórnych do (a). Z (c) sprawa jest inna, gdyż to regułowa (choć redundantna) modyfikacja rachunku dla WB.

s. 87 i dalej: w paru miejscach dowodu lematu 36 znajduje się sformułowanie "proof of (the) height  $n$ "; powinno być raczej "of at most  $n$ " lub " $\leq n$ " biorąc pod uwagę, że w regułach dwuprzesłankowych zazwyczaj tylko dowód jednej z przesłanek ma wysokość  $n$ . Ponadto, w kolejnych dowodach używa się często zmiennej  $h$  dla oznaczenia wysokości dowodu, choć w sformułowaniach twierdzeń używa się  $n$ . Jest to oczywiście drobiazg, ale może warto dbać o jednolitość oznaczeń. Ponadto, dowód odwracalności  $L_{\equiv}^2$  wymaga jedynie odwołania się do tw. 40. Również lepiej by było pokazać przypadek reguł dla  $\leftrightarrow$  (rzadko używanych), zamiast dobrze znanego przypadku dla koniunkcji.

s. 90: Dowód tw. 41 powinien zostać lekko przeformułowany. Po pierwsze, dowodzi się tu dopuszczalności a nie eliminowalności kontrakcji. W związku z tym podawane figury transformacji dowodu, w których explicite występuje reguła kontrakcji, tak jakby była regułą pierwotną, a następnie dokonuje się jej permutacji względem innej reguły, nie mają racji bytu. Poprawne sformułowanie

wymaga jedynie odwołania się do założenia indukcyjnego, a w części 2b dodatkowo, do lematu 36. Po drugie, część 2 tw. 41 nie zachodzi w sposób gwarantujący zachowanie wysokości dowodu. Kluczem do tego jest corollary 40. Lepiej by było sformułować część drugą nie ograniczając się do "non-standard applications of contraction" i nie wspominając o wysokości dowodu, a dowód corollary wstawić tutaj, zaznaczając, że takie wystąpienia kontrakcji, a raczej wystąpienia dwóch formuł wprowadzone w taki sposób – raz jeszcze przypomnę, że reguła kontrakcji nie jest regułą pierwotną systemu – są redukowalne do jednego, ale w sposób wydłużający dowód. Należy podkreślić, że dla dowodu dopuszczalności cięcia podanego dalej ważne jest tylko aby kontrakcja była dopuszczalna, więc osłabiona wersja tw. 41 w zupełności wystarcza. Oczywiście to przenosi się na tw. 42, które też trzeba osłabić.

s. 93: Wydaje się, że warto dokładnie opisać ogólną strukturę dowodu tw. 43, tzn. wskazać, że mamy tu do czynienia nie z indukcją która przebiega po prostu po "height of the cut", ale z podwójną indukcją, w której parametrem nadrzędnym jest waga formuły. Dzięki temu odwołania do tego parametru w dalszej części dowodu są zrozumiałe.

s. 99–100: Stwierdzenie, że przypadek (3.2) nie jest adekwatny dla reguły  $R_{\equiv}^B$  nie jest poprawne. Jest to przypadek gdy lewa przesłanka cut zawiera jedynie cut-formułę postaci  $\phi \leftrightarrow \chi$  wprowadzoną z pomocą tej reguły. Ponieważ ta formuła w prawej przesłance cut należy do formuł kontekstowych, więc ten przypadek jest eliminowalny przez indukcję po wysokości prawej przesłanki. Oczywiście, ze względu na okoliczności omawiane w dowodzie dalej, w odniesieniu do przypadku (3.3) cięcia i tak nie da się wyeliminować, więc zasadniczego wyniku to nie zmienia.

s. 108: Podobne nieścisłości w rozważaniu przypadków pojawiają się w kolejnym podrozdziale. Nie bardzo wiadomo dlaczego wyróżniony jest właśnie ten schemat i jego transformacja. W tym przypadku również należałoby rozważyć podprzypadki (3.1)-(3.3), jak w poprzednim podrozdziale. Wtedy podany schemat, aczkolwiek w ogólniejszej postaci (bez wyszczególniania reguły prowadzącej do uzyskania prawej przesłanki cut) korespondowałby do przypadku (3.2). Warto również zauważyć, że rozważany niżej podprzypadek (3.3b) pozwala na eliminowalność dzięki odwracalności reguły dla  $\leftrightarrow$ .

Rozważania na str. 101–107, powtórzone w krótszej formie w odniesieniu do  $G3_{WT}$  są bardzo interesujące, wydaje się jednak, że można je z korzyścią dla prezentowanej pracy rozszerzyć i ugruntować. Zaprezentowane na przykładach sposoby radzenia sobie z regułą cięcia stosowaną do identyczności pokazują wprawdzie, w intuicyjny sposób, że jej zastosowania można z dowodu wyeliminować, nie zastępują jednak ścisłego dowodu. Jednym z możliwych sposobów uzyskania takiego dowodu mogłoby być wykorzystanie w konstruktywnym dowodzie dopuszczalności lub eliminowalności cięcia, indukcji po parametrze wprowadzonym w definicji 111, zamiast po wadze formuł. Innym rozwiązaniem byłoby udowodnienie pełności rozważanych systemów bez reguły cięcia poprzez formalne zdefiniowanie procedury konstrukcji drzew dowodowych, w której, pokazane na przykładach sposoby pozyskiwania identyczności w poprzednikach sekwentów, podano by w bardziej usystematyzowany sposób. Wydaje mi się, że

to drugie podejście zostało już przez Autorkę zastosowane w pracach [59], [60]. Dokładniejsze zaprezentowanie tych wyników w rozprawie byłoby wskazane.

Zakończ tę część uwag dwiema sugestiami odnośnie dalszych możliwych badań nad zaprezentowanymi systemami.

Ciekawe byłoby zbadanie jak proponowane przez Autorkę rozwiązania pracują w niefregowskich logikach intuicjonistycznych. Wydaje się, że rozważane w pracy systemy stosunkowo łatwo jest przerobić na systemy zdefiniowane na sekwentach z co najwyżej jednym następnikiem, charakterystyczne dla standardowych rachunków intuicjonistycznych.

W podejściu reprezentowanym przez Autorkę charakterystyczne jest stosowanie metody Negri i von Plato dla konstrukcji reguł, które w przypadku identyczności prowadzi jednak do utraty własności podformuł nawet w tych sytuacjach, gdy reguła cięcia może być wycelowana. Tak jest w przypadku systemu dla SCI, a dołączenie kolejnych reguł, wprowadzających identyczności do następnika sekwentów skutecznie uniemożliwia poszerzenie tego dowodu na systemy dla WB czy WT. Ze względu na kształt reguł, które Autorka wprowadza jako charakterystyczne dla systemów adekwatnych dla WB i WT wydaje mi się, że do interesujących wyników można dojść jeżeli reguły charakteryzujące SCI w rozprawie zastąpi się regułami zaproponowanymi w pracy [28]. System dla SCI z [28] nie pozwala wprowadzić na pełną eliminację cięcia ale zapewnia zachodzenie własności podformuł. Wydaje mi się, że dowód częściowej eliminacji cięcia podany w [28] można zaadaptować do mocniejszych systemów uzyskanych przez dodanie reguł charakteryzujących WB i WT.

### 2.3 Uwagi redakcyjne

Jak wyżej wspomniałem niniejsza rozprawa, w zakresie edycji tekstu zredagowana jest bardzo sprawnie. Tym niemniej zdarzają się w niej drobne błędy redakcyjne. Wymienię kilka które odnotowałem:

- Na str. 20, w wierszu 4 od dołu "G3cp" powinno być pogrubione;
- s. 22, tabela 2.1: ze względu na jednolitość prezentacji, w regule  $R_{\leftrightarrow}$  lepiej umieścić w przesłankach  $\phi, \chi$  po  $\Delta$ ;
- s. 29, w. 2: powinno być (C5);
- s. 37: dla większej przejrzystości i zgodności z rachunkiem Chlebowskiemu, sugerowałbym w tabeli 3.5 zmienić nomenklaturę reguł; lepiej niech  $L_{\equiv}^4$  nadal będzie  $L_{\equiv}^3$  (jak w tab. 3.2) a  $L_{\equiv}^3$  np.  $L_{\equiv}^{2*}$  (ze względu na jej relację do  $L_{\equiv}^2$  z tab. 3.2.), wtedy nowe  $L_{\equiv}^2$  byłoby  $L_{\equiv}^4$ .
- s. 41: przed Corr. 1, powinno być "Definition 64";
- s. 60, w. 7: powinno być  $\preceq$  zamiast  $\leq$ ; poza tym zdanie przed def. 80 można przeformułować aby uniknąć stylistycznej niezręczności ("earlier iterations ... introduced earlier.");
- s. 65, w. -5: "in the next chapter"; raczej "in chapter 7";
- s. 86, pod tabelą: zamiast "the following ..." raczej "the set ... specified in Table 6.1.";
- s. 111, w. 1: zamiast "system sequents", "sequent systems" lub "system of sequents";

### 3 Wnioski końcowe

Podane wyżej uwagi w mniej lub bardziej pośredni sposób odnoszą się do formalnych wymogów stawianych przez ustawodawcę w odniesieniu do tzw. efektów kształcenia. Toteż krótko i tytułem podsumowania dodam: recenzowana rozprawa daje podstawy do stwierdzenia, że Autorka posiada odpowiednią wiedzę oraz warsztat badawczy, potrafi je właściwie wykorzystać, oraz posiada kompetencje do prowadzenia pracy naukowej. Co więcej, potrafi samodzielnie stawiać problemy badawcze oraz podejmować wartościowe próby ich rozwiązania. Toteż prezentowana rozprawa doktorska jest interesującym studium badawczym, stanowi istotny wkład w rozwój teorii dowodu dla logik niefregeowskich oraz spełnia ustawowe wymogi stawiane rozprawom doktorskim. Wnoszę zatem o jej przyjęcie oraz o dopuszczenie mgr Agaty Tomczyk do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

A. 