dr hab. Krystyna Mruczek-Nasieniewska, prof. UMK
Katedra Logiki, Instytut Filozofii,
Wydział Filozofii i Nauk Społecznych UMK

Recenzja rozprawy doktorskiej
Pani Mgr Agaty Tomczyk
pt. „Sequent Calculi for Three non-Fregean Theories"
dla
Rady Naukowej Dyscyplin: nauki o polityce i administracji oraz nauki o komunikacji społecznej i mediach Uniwersytetu im. Adama Mickiemicia w Poznaniu

Układ rozprawy

Rozprawa Pani Mgr Agaty Tomczyk została napisana pod opieką naukową Prof. UAM dr hab. Doroty Leszczyńskiej-Jasion, a promotorem pomocniczym jest Dr Szymon Chlebowski. Przedstawiono w niej rachunki sekwentowe dla trzech aksjomatycznych rozszerzeń logiki niefregowskiej, *Sentential Calculus with Identity* (SCI). Autorka odwołuje się m.in. do wyników Romana Suszki, które z punktu widzenia motywacji, stanowią główny punkt odniesienia, jeśli chodzi o formalizację tez *Traktatu* Wittgensteina, natomiast w zakresie semantyki, stanowią punkt wyjścia dla algebraicznych modeli odpowiadających rozpatrywanym rachunkom.

Problemem naukowym podjętym w przedłożonej do oceny rozprawie jest przebadanie teoriodowodowych własności, wybranych rozszerzeń logiki zdaniowej SCI. Należy podkreślić, że w literaturze przedmiotu, dotychczas aspekt ten był mniej rozwijany aniżeli kwestie semantyczne. Dopiero w ostatnich latach, po badaniach z lat 70–80 oraz publikacjach głównie Prof. Joanny Golińskiej-Pilarek, zagadnienia te spotkały się z szerszym zainteresowaniem. I w ten właśnie trend wpisują się ostatnie badania ośrodka poznańskiego, a w szczególności rozprawa Mgr Agaty Tomczyk.

Bazowy system SCI stanowi kluczową formalizuję tezy traktatu Wittgenstein'a, pozostającej w opozycji do aksjomatu Fregego, zgodnie z którym, wszystkie prawdziwe zdania wskazują na tę samą sytuację, a — cytując Suszkę — należałby uznać, że „istnieją nie więcej niż dwie sytuacje opisywane przez zdania".

W pracy Mgr Agata Tomczyk podała w języku rachunku sekwentów Gentzena ujęcia pewnych rozszerzeń logiki SCI, wykazała ich adekwatność, poddała analizie kwestię ich struktury teoriodowodowej z uwzględnieniem zagadnienia eliminowalnośći reguły cięcia, otwierając w ten sposób pole do dalszych badań.

Rozprawa składa się z wprowadzenia, ośmiu rozdziałów zatytułowanych odpowiednio:

1. Rozdział 1: "Philosophical background" — podano szkic filozoficznych motywacji, które doprowadziły do powstania i rozwoju logik niefregowskich;
2. Rozdział 2: "Logical preliminaries and notation" — stanowi formalne wprowadzenie do dalszych rozdziałów; znajdujemy tu definicje pojęć oraz sformułowania twierdzeń; wprowadzono stosowane dalej konwencje notacyjne, przywołano potrzebne w późniejszych rozdziałach standardowe określenia i fakty z algebry, przypomniano aksjomatyzację klasycznego rachunku zdań oraz ujęcie w postaci rachunku sekwentów zaadoptowanej do przyjętego języka wersji systemu $\mathsf{G3cp}$ z podziałem na reguły dotyczące poszczególnych spójników prawdziwościowych (reguły logiczne) oraz reguły strukturalne; w odniesieniu do ujęcia aksjomatycznego i rachunku sekwentów przywołano podstawowe zwyczaje notacyjne oraz określenia, takie jak dowód formuły, ale też wyprowadzenie, dowód, prawdziwość i tautologiczność sekwentu, przypomniano o obowiązywaniu dla $\mathsf{G3cp}$ własności podformuły oraz twierdzenia o pełności/adekwatności dla $\mathsf{G3cp}$ względem zbioru tautologii logiki klasycznej; na koniec omówiono zagadnienie dopuszczalności i eliminowalności reguł na przykładzie cięcia, kontrakcji i osłabienia.
3. Rozdział 3: "Sentential Calculus with Identity" omówiono kluczowe kwestie dotyczące minimalnej logiki niefregowskiej SCI wraz z prezentacją ujęć aksjomatycznego i sekwentowego, przy czym to drugie sformułowanie stanowi bazę do dalszych modyfikacji w przypadku trzech rozszerzeń SCI; przedstawiono również aparaturę matematyczną przydatną dla sformułowania semantyki algebraicznej dla SCI;
4. Rozdziały 4, 5 i 6 zatytułowane odpowiednio "WB logic and sequent calculus $\mathsf{G3}_{\mathsf{WB}}$", "WT logic and sequent calculus $\mathsf{G3}_{\mathsf{WT}}$", "WH logic and sequent calculus $\mathsf{G3}_{\mathsf{WH}}$" mają podobną strukturę; badane są w nich kolejno WB, WT i WH — rozszerzenia SCI. Podano ich charakterystyki syntaktyczne — najpierw aksjomatyczne, a następnie w języku rachunku sekwentów, oraz semantyczne. W każdym z tych trzech rozdziałów zamieszczono odpowiednie twierdzenia o pełności, najpierw dotyczące związku ujęć aksjomatycznych z semantycznymi (w przypadku WB, w terminach pewnej podklasy klasy algebr Boole'a z operatorem, w przypadku WT — podklasy klasy topologicznych algebr Boole'a, zaś w przypadku WH — matryc Henlego), a następnie — będących konsekwencją możliwości wyprowadzenia w rachunku sekwentowym tez ująć aksjomatycznych — twierdzeń o pełności dla zaproponowanych ujęć sekwentowych. Z uwagi na podobieństwo dowodu, twierdzenia o zgodności dla WB do odpowiedniego twierdzenia dla SCI, twierdzenia o zgodności dla WB nie było już osobno dowodzone. W przypadku zgodności dla WT pokazano zachowanie spełniania w modelach WT dla reguł sekwentowych. Dodatkowo, dla WH wykazano poprawność reguły $L^5_{\equiv}$ względem WH.
5. Rozdział 7: "The case of cut" poświęcony jest kwestii eliminowalności cięcia dla zaproponowanych w rozprawie rachunków sekwentowych. W szczególności, przeprowadzono dowód eliminacji cięcia dla $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$, który stanowi niedużą, ale jednak modyfikację rachunku z pracy [4] S. Chlebowskiego. Niezbędny aparat formalny pochodzi od Negri i von Plato, przy czym zastosowano również rozwiązanie pochodzące od Leszczyńskiej-Jasion. Stosując je rozpatrzono rachunek sekwentowy $\mathsf{aG3}_{\mathsf{SCI}}$, równoważny inferen-

cyjnie $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$, który jednak gwarantuje istnienie dowodów o wysokości co najwyżej n, dla przesłanek danej reguły systemu, o ile istnieje dowód o wysokości n, konkluzji tej reguły; podczas gdy własności tej nie posiada wyjściowy rachunek $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$. W tym przypadku do oceny rozmiaru dowodu wykorzystywana jest pochodząca od Negri i von Plato miara wysokości dowodu wyrażająca liczbę użytych reguł. Z wykorzystaniem $\mathsf{aG3}_{\mathsf{SCI}}$, wykazano dopuszczalność reguł kontrakcji dla $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$, a fakt ten posłużył do wykazania dopuszczalności reguły cięcia dla $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$. Następnie jest dyskutowana kwestia eliminowalności reguły cięcia w przypadku rachunku sekwentów dla WB, dla którego nie zachodzi eliminowalność reguły ciecia, gdzie reguła $R^B_{\equiv}$ stanowi w tym kontekście główny problem. Zaproponowano zatem regułę, która — co prawda nie jest odwracalna — jednak zastępując regułę osłabiania i regułę $R^B_{\equiv}$ dołączania identyczności, daje sformułowanie rachunku sekwentów dla WB bez reguły cięcia. Podobne rozwiązanie w przypadku rachunku sekwentów dla WT jest dyskutowane z uwzględnieniem modyfikacji $R^T_{\equiv}$, która znów nie jest odwracalna. Analogiczne rozwiązanie może być zastosowane w przypadku $\mathsf{G3}_{\mathsf{WH}}$, z uwagi na to, że dołączona do $\mathsf{G3}_{\mathsf{WT}}$ reguła $L^5_{\equiv}$ nie rodzi nowych problemów w kwestii eliminacji cięcia.

6. Rozdział 8: "Final remarks" zawiera wnioski oraz propozycje przyszłych badań. Odnotowano, że kwestia eliminowalności cięcia dla $\mathsf{G3}_{\mathsf{WT}}$ nie jest w pełni ustalona, jednak w zasadzie postawiono hipotezę, że rachunek nie ma tej własności. Również jako na nierozstrzygniętą wskazano własność eliminacji cięcia dla $\mathsf{G3}_{\mathsf{WH}}$.

   Przez naturalne związki z logiką modalną, z uwagi na odniesienie do topologicznych algebr Boole'a i algebr Henlego, Autorka rozprawy wskazuje na interesującą problematykę badań zależności między logikami niefregowskimi, a logikami modalnymi w ogólności.

   Choć w kontekście Fregego, logika klasyczna wydaje się naturalna jako system wyjściowy do budowy rozszerzeń uwzględniających stałą identyczności, nadal jednak możliwość odkrywania własności teoriodowodowych systemów niefregowskich opartych na innych rachunkach jest zasadnie proponowana przez Mgr Agatę Tomczyk, jako kolejna interesująca przestrzeń badań. Dotychczas jedynie podjęto badania nad intuicjonistyczną wersją samego SCI.

Rozprawę kończy spis literatury.

Zarówno wprowadzenie, jak i pozostałe rozdziały podzielone są na sekcje. Rozprawa w całości przygotowana jest w języku angielskim.

Kompozycja pracy, podział na sekcje oraz prezentacja nie budzą zastrzeżeń. Drobna uwaga dotyczy pewnych powtórzeń, o czym będzie jeszcze mowa poniżej. Skład w systemie LaTeX jest poprawny, choć można znaleźć miejsca wymagające drobnych korekt. Np. zazwyczaj definicje są formułowane w stylu "definition", co powoduje w szczególności, że zawartość ich składana jest pismem prostym. W rozprawie zaś w definicjach użyto kursywy.

Należy ocenić wysoko zawartość merytoryczną pracy, doceniając erudycję Autorki i jej warsztat formalny. Co więcej, postawione interesujące zagadnienia do dalszych badań, wskazują na samoświadomość Mgr Agaty Tomczyk, świadcząc o wysokich kompetencjach naukowych Doktorantki.

Analiza i ocena pracy

Oprócz aspektów formalnych, Mgr Agata Tomczyk w swej rozprawie uwzględnia szereg kwestii wiążących się z szeroko rozumianą motywacją dla podjętych badań.

Autorka korzysta z tezy Janusza Kaczmarka wyróżniającej dwa możliwe sposoby prowadzenia badań nad identycznością. W przypadku pierwszej strategii wskazuje się na zdania różniące się postacią, ale wyrażające ten sam sąd, a zatem opisujące tę samą sytuację. W ten nurt wpisują się podejścia Carnapa i Churcha, którzy zastosowali pojęcie izomorfizmu odnoszącego się do pewnych kategorii semantycznych. Dla drugiej, charakterystyczne są przykłady zachodzenia równoważności sądów, które nie odnoszą się do tej samej sytuacji. Ten sposób ujmowania tożsamości reprezentują rozważania Vandervekena. Podał on eksplikację przypadków zdań prawdziwych, których prawdziwość obwarowana jest tymi samymi okolicznościami, jednak zdań tych nie uznalibyśmy za identyczne. W tym celu zaproponował kryterium identyczności silniejsze, niż ścisła równoważność stosowana w logice.

Dostępne sposoby interpretowania identyczności mogą być postrzegane jako kombinacja wyżej wymienionych strategii. W tym kontekście, Autorka przypomina rozróżnienie Fregego na *Sinn* (sense) i *Bedeutung* (reference, rozumiane jako korelat semantyczny), w kontekście analizy przesłanek syntaktycznych oraz semantycznych wystarczających do przyjęcia, że $a = b$. Sens to obiektywna treść/myśl odmienna od subiektywnej, mentalnej reprezentacji *Vorstellung*. W przypadku teorii Fregego, dla zobrazowania występowania cech pierwszej strategii wystarczy posłużyć się przywołanym przez Doktorantkę przykładem analiz nazw „Gwiazda Wieczorna" i „Gwiazda Poranna".

Dla zobrazowania możliwości drugiej wystarczy odnotować, że znak może mieć sens, ale nie musi mieć odniesienia, Autorka posługuje się przykładem wyrażenia: "szereg najwolniej zbieżny". Używając go, Frege tłumaczy, że dla każdego szeregu zbieżnego istnieje szereg, który jednak wolniej zbieżny od tamtego. Przykład ten pokazuje, że odniesienie zdania nie może być utożsamiane ze zbiorem odniesień nazw użytych do budowy tegoż zdania, a ponadto mógłby uzasadniać istnienie równoważnych sądów, które opisują różne sytuacje. Jednak wziąwszy pod uwagę, że u Fregego, 'Bedeutung' jest wartością logiczną zdania, dla zobrazowania drugiego typu analiz może posłużyć inny przykład przywołany przez Doktorantkę: „Kopernik sądził, że tory planet są kołami" oraz „Kopernik sądził, że orbity są eliptyczne". Para tych zdań pokazuje, że możliwość zastępowania zdań o tej samej wartości logicznej (zdań podrzędnych) nie dotyczy operatorów modalnych.

Równość odnoszona jest u Fregego również do pojęcia funkcji. Znane są jego rozważania na temat jej natury. W kontekście kwestii identyczności, Pani Mgr Agata Tomczyk odnotowuje, że podobnie, jak różne co do swej postaci nazwy, mogą mieć te same desygnaty (i dlatego stawiane mogą być jako argumenty prawdziwej równości), tak i wyrażenia wyrażające wartości funkcji jednej zmiennej (jednego argumentu, jak pisze Frege) również mogą być łączone za pomocą predykatu równości. Niezależnie od tego, czym dla Fregego jest funkcja, można mówić o równości rozmaitych funkcji. Równość ta realizuje się przez argumenty, dzięki którym staje się ona czymś kompletnym i nasyconym. U Fregego, dla danego argumentu funkcja dopełnia się do wartości. Stąd równość funkcji rozstrzyga się przez zachodzenie równości jej wartości dla tych samych argumentów. Warto być może dodać, że zmienna występująca w zapisie funkcji nie jest u Fregego traktowana jako coś wchodzącego w skład samej funkcji, a litera służy jedynie do zaznaczenia miejsca, w którym należy użyć konkretnych argumentów.

Ze względu jednak na to, że prezentowane w dysertacji rozważania mają 'niefregowski' charakter, Autorka odnosi się do namysłu Wittgensteina. Jako motto podsekcji poświęconej Wittgensteinowi znajdujemy przywołaną część tezy 6.13 *Traktatu Logiczno-Filozoficznego*: „Logika nie jest teorią, lecz lustrzanym odbiciem świata". Ten lustrzany aspekt sugeruje pewną zależność funkcyjną zachowującą działania, potwierdzoną odniesieniem do Bogusława Wolniewicza:

> Wolniewicz [72] underlines that it is not an isomorphism (which could be deduced from the mirror analogy), but a homomorphism. A homomorphism would be more like a shadow—we may recognize the overall picture, but specific details are still obscured to our eyes.

Wydaje się jednak, że sam homomorfizm raczej nie powinien być utożsamiany z obrazem (tu 'shadow'), ale właśnie raczej z pewną specyficzną relacją obrazowania. Sam obraz byłby w tym przypadku wynikiem przekształcenia przez homomorfizm.

U Wittgensteina zdanie wskazuje na sens poprzez to, że mówi, jak się rzeczy mają. Zdania są zatem logicznym obrazem sytuacji. To uzasadnia możliwość, że zdania mając te same wartości logiczne, mogą nie obrazować tych samych sytuacji, a przez to, jest uzasadnione uznanie ich za nieidentyczne. Autorka podkreśla, że do konstatacji zachodzenia identyczności przedmiotów wystarcza u Wittgenstatina identyczność znaków, do czego nie jest potrzebny symbol identyczności. To pokazuje, że interpretacja formalna Suszki wykorzystująca mimo wszystko predykat identyczności, nie jest aż tak wierna tezom *Traktatu.*

Należy przy tej okazji zauważyć, że według przypisu 4:

> If we were to move to First Order Logic, we could e.g. replace $\exists x \exists y (F(x, y) \wedge x \neq y)$ with $\exists x \exists y F(x, y)$,

co sugerowałoby, że oba wyrażenia są logicznie równoważne na gruncie logiki kwantyfikatorów, jednak, jak łatwo widać, z samego zdania $\exists x \exists y F(x, y)$, nie wynika zdanie $\exists x \exists y (F(x, y) \wedge x \neq y)$.

W rozdziale 3 „Sentencial Calculi with Identity" omówiono najsłabszą niefregeowską logikę, którą zaproponował Roman Suszko. Jest to logika SCI. Uzyskana jest ona z logiki klasycznej, do języka której dodano binarny spójnik identyczności. Suszko, którego celem była formalizacja Traktatu, nie mógł uznać formuł jako nazw wartości wartości prawdy. Istotę odmienności fregowskiego i niefregowskiego podejścia do identyczności wyraża przede wszystkim aksjomat ($\equiv_3$) głoszący, że identyczność tylko implikuje równoważność. Warto w tym miejscu przypomnieć (o czym też wspomniała Autora), że Roman Suszko uważał, że prawdziwa logika powinna być tak słaba, jak to możliwe, ale rozsądnie jest wzmacniać relację wynikania. To sugerowałoby istotność odpowiednio dobranych reguł inferencji.

W części tej przypomniano m.in. pojęcie wyprowadzalności, omówiono operator konsekwencji syntaktycznej. Zdefiniowano też tzw. teorię fregowską, jako taką, w której równoważność klasyczną można 'zrównać' z operatorem identyczności.

Trzy systemy, które stanowią formalny trzon pracy i w dalszej części podlegają badaniom, są przykładami logik pośrednich między SCI a maksymalną niesprzeczną teorią Fregego WF. Przywołano zatem system Hiberta dla SCI. Podano ponadto charakterystykę semantyczną logiki SCI — zdefiniowano pojęcie SCI-algebry oraz przywołano twierdzenie o adekwatności dla SCI, standardowo głoszące, że SCI jest zbiorem tych i tylko tych formuł, które są prawdziwe w każdym SCI modelu.

W podsekcji 3.3 rozdziału 3 przedstawiono zmodyfikowaną wersję rachunku lewostronnego $\ell G3_{\mathsf{SCI}}$, rozważanego w pracy Szymona Chlebowskiego. Podano twierdzenie o pełności wraz z dowodem polegającym na uzyskaniu dowodów sekwentowych odpowiedników aksjomatów systemu H_{SCI}. Technika ta była stosowana przez Chlebowskiego przy dowodzie twierdzenia o pełności dla $\ell G3_{\mathsf{SCI}}$.

Rozdział 4 zatytułowany jest "WB logic and sequent calculus $\mathsf{G3}_{\mathsf{WB}}$". W rozdziale tym rozpatrywane jest pierwsze z trzech analizowanych w rozprawie rozszerzeń — rozszerzenie WB, będące najmniejszą boole'wską niefregowską teorią. Określenie 'boole'wskiej teorii' zostało wprowadzone przez Suszkę dla teorii zawierających właśnie zestaw tez charakteryzujących WB. W rozprawie przywołano zestaw aksjomatów, który w istocie zastosował w 1972 r. sam Suszko w [49].

Zasadniczym celem tego rozdziału jest podanie adekwatnego rachunku sekwentów charakteryzującego teorię WB. W dowodzie twierdzenia o pełności istotne jest wyprowadzanie sekwentów bezprzesłankowych odpowiadających aksjomatom systemu aksjomatycznego dla WB oraz pokazanie jak reguła odrywania przekłada się na odpowiednie wyprowadzenie w rachunku sekwentów. Twierdzenie o zgodności zostało tylko sformułowane, gdyż dowód istotnie przebiegałby tak, jak w przypadku rachunku sekwentów dla SCI.

W rozdziale 5 przedstawiono rachunek sekwentów dla logiki będącej formalizacją tezy Wittgensteina mówiącej o identyczności zdań, które z siebie nawzajem wynikają.

System aksjomatyczny dla logiki WT jest rozszerzeniem systemu dla logiki WB rozpatrywanej prykładowo przez M. Omyłą, ale pochodzącej od Suszki. Również aksjomatyzacja rozpatrywana w rozprawie, była podana przez Suszkę. Warto może ogólnie dodać, że badania nad trzema systemami WB, WT i WH były prowadzone już w latach 1971–72 (ten pierwszy w [49] pozostałe dwie z pracy [47]).

Jak wspomniono, wybrane tezy *Traktatu* były formalizowane przez Suszkę w ramach przywołanego już systemu SCI, ale też jego rozszerzeń. I tak, z kolei system WT inspirowany jest tezą 5.141 Traktatu:

> Jeżeli p wynika z q,a q wynika z p, to są one jednym i tym samym zdaniem

W przypadku logiki WT przywołano w rozprawie twierdzenie o adekwatności względem modeli opartych na topologicznych algebrach Boole'a, w których istnieje normalny ultrafiltr. Znów jednak docelowym wynikiem jest twierdzenie o pełności dla proponowanego systemu sekwentowego. W przypadku rachunku dla WT, względem rachunku $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$, obok reguł $L_\wedge$, $R_\wedge$, $L_\vee$, $R_\vee$, $L_\to$, $R_\to$, $L_\leftrightarrow$, $R_\leftrightarrow$, $L_\neg$, $R_\neg$, $L^1_\equiv$, $L^2_\equiv$, $L^3_\equiv$, $L^4_\equiv$ i reguły cięcia, mamy $L^T_\equiv$. Istotnie, udowodniono twierdzenie o pełności postępując podobnie, jak poprzednio w przypadku rachunku $\mathsf{G3}_{\mathsf{WB}}$, przez niejako wyprowadzenie w zaprezentowanym rachunku sekwentowym dowodu aksjomatów systemu aksjomatycznego H_{WT} dla logiki WT. Dowód zgodności przebiega przez wykazanie zachowania przez poszczególne reguły spełniania we wspomnianych modelach opartych na topologicznych algebrach Boole'a.

W rozdziale 6 przedstawiono trzeci system rozszerzający logikę SCI, mianowicie logikę WH. Odpowiada ona tezie 5.5303 Wittgensteina:

> Mówiąc nawiasem: powiedzieć o dwu rzeczach, że są identyczne, to niedorzeczność; a powiedzieć o jednej, że jest identyczna sama z sobą, to nie powiedzieć nic.

Formalizacja tej tezy jest możliwa w ramach logiki WH, w której semantycznie dana sytuacja jest konieczna lub niemożliwa, co intuicyjnie odpowiada matrycom Henlego dla logiki S5. W rozprawie przedstawiono trzy, w zależności od języka, aksjomatyzacje systemu WH oraz podano semantykę dla tego systemu. Następnie, zaproponowano — przekształcając nowy aksjomat dodany do aksjomatyzacji logiki WT w reguły — rachunek sekwentów dla tej logiki. Aby osiągnąć zamierzony efekt, do uzyskanego w poprzednim rozdziale systemu dodano regułę $L^5_{\equiv}$. Następnie przeprowadzono dowód twierdzenia o pełności dla tej logiki wyprowadzając sekwent odpowiadający nowemu względem aksjomatyzacji dla WT aksjomatowi.

W rozdziale 7 omówiono pewne ograniczenia dotyczące możliwości eliminacji reguły cięcia. Okazuje się, że chociaż eliminacja cięcia daje się udowodnić dla rachunku sekwentowego $\mathsf{G3}_{\mathsf{SCI}}$, który służy jako wyjściowy dla trzech badanych w rozprawie rachunków, dwa z nich, tj. dla systemów WT i WH, najprawdopodobniej nie zachowują tej własności. Omówiono zatem powody, dla których oryginalna strategia dowodu zawodzi oraz przedyskutowano problematyczne przypadki reguł. Zaproponowano też modyfikacje rachunków, które choć nie bezkosztowo, jednak pozwalają na uzyskanie wersji systemów, dla których eliminacja reguły cięcia już zachodzi. Przy czym, w przypadku sformułowanego pierwotnie systemu dla WB, eliminacja cięcia nie obowiązuje.

Należy podkreślić, że zarówno wywody nieformalne Autorki, jak i dowody w rachunku sekwentów są prowadzone w sposób poprawny i znamionują osobę, która w wysokim stopniu opanowała posługiwanie się aparatem formalnologicznym.

Pomniejsze uwagi

Poniżej podaję bardzo drobne uwagi, które w żaden sposób nie wpływają na pozytywny wydźwięk całej oceny.

- s. 16, l. 10 od dołu: 'than one' → 'then one'
- s. 12:

  > for a given functions f and g, their inverse functions will be written as f^{-1} and g^{-1}

  należałoby ten fragment przeformułować — jak wiadomo, nie dla każdej funkcji jej relacja odwrotna jest funkcją. Poza tym, zamiast 'for a given functions' raczej powinno być 'for given functions'.
- s. 13: elementy klasy abstrakcji powinny być ograniczone tylko do elementów zbioru A,
- s. 17: wprowadzenie metazmiennej $\otimes$ przebiegającej zbiór funktorów dwuargumentowych w wypowiedzi:

  'We assume $\neg$ binds stronger than any binary connective $\otimes$'

  jest zbędne
- s. 17: podany system aksjomatów powinien ze względu na część implikacyjną być również powiązany z nazwiskiem Łukasiewicza.
- s. 18: pewne powtórzenia można uznać za zbędne, np. Definicje 20, 38 i 66 różnią się tylko zbiorem reguł — wystarczyłoby zatem jedno ogólne sformułowanie a konkretne przypadki różniłyby się jedynie zbiorami reguł.
- s. 24: w Definition 36 należałoby przejąć te same założenia co w Definition 35, w odniesieniu do rachunku sekwentów (SC) i reguły R.
- s. 109: ostatnie zdanie pierwszego paragrafu wymaga prawdopodobnie korekty.
- Bibliografia wymaga pewnego uporządkowania. Jeśli chodzi o odniesienia do literatury, wskazane byłoby skorygowanie pewnych kwestii. Np. przy wprowadzeniu aksjomatyzacji dla WB, znajdujemy odniesienie do pracy [38] M. Omyła. *Zarys Logiki Niefregowskiej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1986. Lepiej w tym przypadku byłoby wskazać odniesienie do pracy [49] R. Suszko. "A note on modal systems and SCI". *Bulletin of the Section of Logic*, 1(4):38–41, 1972, gdzie ta aksjomatyzacja została podana przez Suszkę.

Uwagi końcowe

Chciałabym podkreślić, że powyższe uwagi mają charakter marginalny i w żaden sposób nie obniżają wysokiej, ogólnej ocenę rozprawy.

Powstaje na koniec pytanie, dlaczego właśnie systemy sekwentowe zostały wybrane przez Autorkę, jako główny obiekt badań w kontekście dociekań na temat SCI. Wydaje się, że Pani Mgr Agata Tomczyk miała na uwadze zainicjowanie pewnego obszaru badawczego, którego celem ma być uzyskanie pogłębionego obrazu zależności zachodzących między stałymi logicznymi konstytuującymi rodzinę rozszerzeń SCI. I przy takim zamierzeniu, rachunki sekwentowe spełniają swą funkcję optymalnie, gdyż pozwalają na kontrolowane badania struktury dowodów, a przez to na wgląd w istotę zależności między stałymi logicznymi. Kluczowym zagadnieniem w tym kontekście jest kwestia eliminowalności reguły cięcia.

Za wartą odnotowania jak sądzę, zaletę rozprawy, uważam podjęcie badań łączących trzy istotne (i różne) obszary nauki: filozofię analityczną, logikę oraz algebrę. Oczywiście, tego typu badania nie sa wcale rzadkie, ale mam wrażenie, że w rozprawie Pani Agaty Tomczyk widać, że dzieje się to w bardzo naturalny sposób. Opis tez Wittgensteina przy użyciu precyzyjnego języka, którym Autorka posługuje się w bardzo sprawny sposób oraz powiązanie ich z modelami algebraicznymi daje szeroką perspektywę i pokazuje, jak ciekawe wyniki można otrzymać, gdy potrafi się budować mosty między różnymi obszarami wiedzy. W czasach, w których naukę znamionuje wysoki stopień specjalizacji, przyjęcie odpowiedniego punktu odniesienia i szukanie wspólnych myśli, koncepcji, które początkowo mogą być (i często są) wyrażane w różnych językach nauki — jest niezmiernie ważne. To przenikanie się poszczególnych, odrębnych formalnie dziedzin odsłania coraz to nowe analogie, których stosowanie przynosi tak znaczący postęp, że oparta na nich teoria bardzo szybko zaczyna wnikać we wszystkie objęte nimi dziedziny, wiążąc je ze sobą.

Drugą rzeczą, na jaką chciałabym zwrócić uwagę, jest umiejscowienie badań Autorki na mapie wyników szkoły poznańskiej (gdyż chyba należy tak myśleć o logikach z UAM). Jeśli Czytelnik analizując kolejne twierdzenia zagląda do bibliografii, to odnajduje tam prace D. Leszczyńskiej-Jasion czy Sz. Chlebowskiego. Ale na tym przecież nie kończy się sięganie do polskiego dorobku filozoficzno-logicznego. Wychodząc od myśli filozofii niemieckiej czy austriackiej, a także korzystając z wyników Gentzena, Autorka dołączyła do badań polskich logików i filozofów — wszak operator Suszki to jeden z głównych bohaterów rozprawy.

Uwagi poniższe nie są krytyczne i nie utrudniały czytania pracy, ale czasem utrudniały pisanie recenzji. Choć nie miałam wątpliwości, że to dobra praca, to czasem przy twierdzeniu czy definicji nie było jasne autorstwo i dopiero nieco bardziej pogłębiona analiza pokazywała, czy to wynik znany wcześniej, czy (co miało miejsce najczęściej) to wynik Autorki. Druga uwaga dotyczy wyboru rozszerzeń SCI, które są analizowane. Być może jest to w pracy zaakcentowane, a zostało to prze mnie przeoczone, ale brakowało mi szerszego uzasadnienia, co decydowało o analizie właśnie tych trzech systemów z całej klasy logik 'pośrednich' (oczywiście oprócz powodów, jakie wymusiła formalizacja wybranych tez Wittgenstein'a), czy w szczególności nie znalazłyby się inne rozszerzenia SCI, które również oddawałyby inne aspekty niefregowskiego ujęcia identyczności.

Jeśli chodzi o kierunek dalszych badań, powstaje pytanie, czy możliwe jest postawienie pytania odwrotnego: czy mając daną klasę algebr można jej przypisać jakąś niefregowską logikę? I ogólnie, jakie kryteria powinna spełniać klasa algebr, żeby można było uznać ją za semantykę jakiejś logiki niefregowskiej?

Konkluzja

W świetle przedłożonej opinii o rozprawie doktorskiej pt. „Sequent Calculi for Three non-Fregean Theories" uważam, że Pani mgr Agata Tomczyk charakteryzuje się wysokimi kompetencjami badawczymi i dużą erudycją, recenzowana zaś rozprawa jest zaawansowana technicznie, oddaje aktualny stan badań, jak również zawiera oryginalne wyniki Autorki.

Niniejszym zatem, zgodnie z zapisami ustawy *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* stwierdzam, że przedłożona do oceny rozprawa Mgr Agaty Tomczyk stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego polegającego na wyrażeniu w rachunku sekwentów wybranych rozszerzeń logiki SCI, ich przebadaniu teoriodowodowym i wykazaniu adekwatności względem semantyki algebraicznej dla tych systemów, wnioskuję o dopuszczenie Mgr Agaty Tomczyk do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Toruń, 29 lutego 2024 r.

dr hab. Krystyna Mruczek-Nasieniewska, prof. UMK