prof. dr hab. Adam Bobrowski,
Politechnika Lubelska,
Katedra Matematyki
Wydziału Elektrotechniki i Informatyki

12 sierpnia 2020

Opinia o rozprawie habilitacyjnej i dorobku naukowym doktora Radosława Szwedka

Pan doktor Radosław Szwedek jest czterdziestodwuletnim matematykiem z Poznania, uczniem i współpracownikiem wybitnego specjalisty od analizy funkcjonalnej, prof. dra hab. Mieczysława Mastyło. Od promotora swojej pracy magisterskiej (obronionej w roku 2002) i doktorskiej (obronionej w roku 2006) przejął zainteresowanie teorią interpolacji, piękną i ważną częścią analizy funkcjonalnej. Ta ostatnia jest tu rozumiana szerzej i w związku z tym obejmuje także teorię operatorów, a teoria interpolacji wymaga zarówno głębokiego zrozumienia, czasem bardzo szczególnej, struktury przestrzeni Banacha, z którą matematyk ma do czynienia, jak i subtelnych zależności między przestrzeniami Banacha a działającymi w nich operatorami. Tej to teorii poświęcony jest cały dorobek naukowy dra Szwedka, na który składa się czternaście artykułów, w tym siedem tworzących rozprawę habilitacyjną oraz jeden najwyraźniej związany z pracą doktorską. Wszystkie wspomniane wyżej prace ukazały się w szanowanych, dobrze rozpoznawanych czasopismach, można więc zapożyczyć zdanie pochodzące najprawdopodobniej od prof. Adama Bieleckiego: „nie jest to dorobek zbyt liczny, ale za to liczący się".

1 Lament recenzenta

1.1 *Prologos*

Nim przejdę do opisu osiągnięć naukowych pana dra Szwedka, chciałbym trochę czasu poświęcić przygotowanemu przez niego autoreferatowi, a w związku z tym zacząć od refleksji ogólnej. Brzmi ona tak: ubocznym efektem chwalebnego skądinąd zwyczaju, by wszystko co w matematyce wartościowe (ale i to co niewartościowe także) publikować po angielsku, jest to, że polski matematyk nie musi umieć pisać o matematyce w języku ojczystym. I niestety mieć się w takiej sytuacji dobrze.

W zasadzie jedynymi tekstami naukowymi, które polski matematyk powinien po polsku przygotować są praca doktorska i rozprawa habilitacyjna, a i ta pierwsza coraz częściej pisana jest w języku konferencyjnym. W swojej codziennej pracy naukowej nie zapoznaje się więc na bieżąco z obowiązującą polską nomenklaturą (chyba, że jest uczestnikiem wysokiej jakości seminarium), nie zna zwyczajów panujących w polskiej literaturze matematycznej i nie składa w większą całość poszczególnych znanych sobie twierdzeń używając języka polskiego. Nawet jeśli zwykle mówi o swych wynikach po polsku, redaguje je po angielsku, stopniowo się tej umiejętności ucząc. Pisząc sprawozdania, zwykle tłumaczy fragmenty gotowego, opublikowanego już gdzieś artykułu na język polski, często nieświadomie przenosząc na język ojczysty swoistą składnię i ubóstwo słownictwa charakterystyczne dla wielu matematycznych tekstów pisanych po angielsku przez obcokrajowców. Nie ma też zbyt wiele czasu (a w wielu wypadkach także ochoty), by czytać polską literaturę piękną. O ile jego umiejętność pisania po angielsku sprawdzana jest wielokrotnie, przy każdym kolejnym artykule naukowym, umiejętność pisania po polsku doskonalona nie jest wcale i staje się atawizmem.

Gdy więc zderza się z koniecznością przygotowania autoreferatu habilitacyjnego, staje przed dwoma wyzwaniami na raz. Po pierwsze musi swoje wyniki zebrać w znacznie większą niż typowy artykuł całość, co wymaga nie tylko spojrzenia na nie z dystansu, ale i sporych umiejętności redakcyjnych. Po drugie musi zrobić to w języku, którym nie posługuje się biegle: tylko wydaje mu się, że jest to język dla niego naturalny i że pisanie w nim nie stanowi trudności. Najczęściej stosuje znaną sobie metodę i bez większej refleksji tłumaczy stworzone przez siebie wcześniej teksty angielskie.

Efekty są katastrofalne.

1.2 *Epesejdion pierwszy*

Śpieszę zaznaczyć, że choć pisząc powyższe słowa ogólnego wstępu miałem na myśli także autoreferat p. dra Szwedka, jego tekstu w żadnym wypadku „katastrofalnym" bym nie nazwał. Co nie oznacza jednak, że nie wpisuje się on choćby częściowo w opisaną wyżej sytuację i że jego lektura nie jest zniechęcająca. Nie chodzi mi tu przy tym nawet o obecne w autoreferacie kalki z języka angielskiego, sztuczną stronę bierną, czy niezgodną ze zwyczajami panującymi w języku polskim (a przyjętą w angielskim) pisownię *Lemat 5.4*, *Twierdzenie 1.8*, czy wręcz *Podrozdział 2.2* (zamiast *lemat 5.4*, *twierdzenie 1.8* i *podrozdział 2.2*). Zauważam raczej bardziej fundamentalnie, że – jak coraz więcej doktoratów i rozpraw habilitacyjnych – tekst p. dra Szwedka jest napisany momentami niezgrabnie[1], a w dużej części niekomunikatywnie. Można za to winić coraz gorszy system edukacji, świat goniący na złamanie karku, ogólne złachmanienie naszego języka, czy niechęć do pracy nad tym, by pisać dobrze i ciekawie, ale fakt pozostaje faktem.

Popatrzmy chociażby na podrozdział 2.1, zatytułowany „Cel naukowy i wyniki", który jako pierwsza, eksponowana część głównej składowej autoreferatu powinien wprowadzać czytelnika w zasadniczą tematykę badań kandydata, przybliżyć opisywane tu zagadnienia,

[1]Przykład? Proszę: na stronie 92. czytamy o pewnej funkcji „odpowiadającej dokładnemu funktorowi interpolacyjnemu równością ...".

uwypuklić to, co najważniejsze, zostawiając ewentualne niuanse do wyjaśnienia później. Jeśli pominąć motto[2] ten najważniejszy fragment zaczyna się tak (cytuję słowo w słowo):

Zasadniczym celem naukowym było badanie operatorów i przestrzeni Banacha związane z fundamentalnym pytaniem teorii interpolacji:

Q. Dla jakich funktorów interpolacyjnych $\mathcal{F}$, dowolne odwzorowanie liniowe T, działające pomiędzy parami Banacha $\overrightarrow{A}$ oraz $\overrightarrow{B}$ z odpowiednich klas, posiadające „własność" $(\mathcal{P}_0)$ jako odwzorowanie $T_{|A_0}$ oraz „własność" $\mathcal{P}_1$ jako odwzorowanie $T_{|A_1}$

$$\begin{aligned} T_{|A_0} &: A_0 \to B_0 \qquad (\mathcal{P}_0) \\ T_{|A_1} &: A_1 \to B_1 \qquad (\mathcal{P}_1) \end{aligned} \tag{$*$}$$

posiada również własność $P_{\mathcal{F}}$ jako odwzorowanie $\mathcal{F}(T)$ pomiędzy przestrzeniami $\mathcal{F}(\overrightarrow{A})$ i $\mathcal{F}(\overrightarrow{B})$?

$$T_{|\mathcal{F}(\overrightarrow{A})} : \mathcal{F}(\overrightarrow{A}) \to \mathcal{F}(\overrightarrow{B}) \qquad (\mathcal{P}_{\mathcal{F}})$$

Spróbujmy te dwa zdania zrozumieć. Dla człowieka takiego jak ja, który z teorią interpolacji miał styczność znikomą, a jeśli już, to w raczej elementarnych kontekstach, najważniejszą przeszkodą w dotarciu do ich sensu nie jest wcale to, że nie wie on co to jest funktor interpolacyjny ani para Banacha – tę wiedzę nabędzie szybko. Jeśli – w przeciwieństwie do mnie – nie będzie wyczulony na punkcie jasności wypowiedzi, bardziej też tylko wyczuje niż zanotuje, że zdanie pierwsze jest nieco karkołomne,[3] a nad faktem, że pytanie nazwano Q a nie P, przejdzie do porządku dziennego – inwazja angielskiego we wszystkie dziedziny naszego życia jest przemożna.

Zastanawiać się będzie raczej dlaczego autor pisze słowo *własność* w cudzysłowie. Wyraz ten ma tak szerokie znaczenie, że dodawanie mu znaków „ " zbija z tropu. Tu co gorsza mamy do czynienia z „własnością" $(\mathcal{P}_0)$. Może więc chodzi – będzie się ten hipotetyczny czytelnik zastanawiać – nie o jakąś abstrakcyjną, lecz szczególną własność, którą w teorii interpolacji nazywa się $(\mathcal{P}_0)$ i okrasza słowem „własność" w cudzysłowie właśnie? P_1 (bez nawiasów) będzie zatem podobną własnością, a brak nawiasów to zapewne zwykła pomyłka. No dobrze, ale czemu w takim razie służy wzór, który niżej podpisany oznaczył $(*)$ (w autoreferacie nie ma on żadnego numeru)? Jest powtórzeniem, rozwinięciem tego co wyżej? Ale wzór ten nie łączy się gramatycznie z tekstem znajdującym się nad nim i mamy klops.

Spróbujmy więc – pomyśli – od drugiego końca: standardowo rozumiany $(*)$ ma sens następujący: operatory $T_{|A_i}$ przekształcają przestrzenie A_i w przestrzenie B_i dla $i = 0, 1$. Pierwszą część tego wzoru opatrzono jednak etykietą $(\mathcal{P}_0)$, a drugą – etykietą $(\mathcal{P}_1)$. Normalnie interpretować ten wzór trzeba byłoby więc w ten sposób, że tajemnicza „własność" $(\mathcal{P}_0)$ to

[2] Inna sprawa, że – moim zdaniem – nietrafione, niepotrzebne, zaczynające dyskurs of fałszywego tonu. Obrona matematyki czystej jest tu zupełnie nie na miejscu: każdy rozsądny czytelnik zgodzi się z tezą, że matematyka ujmująca estetycznie broni się sama i zastosowań do swego uzasadnienia nie wymaga (choć poczucie piękna jest, jak wiemy, subiektywne, więc uważać trzeba). Z drugiej strony Bennetowi wypada pisać o czyjejś matematyce, że jest po prostu interesująca; kandydatowi nawet sugerować coś podobnego o swojej, szczególnie na tym etapie, raczej nie.

[3] Celem naukowym jest badanie ... związane z pytaniem? Nie można było napisać jakoś prościej, chociażby tak: „Celem badań była próba odpowiedzi na pytanie"?

tylko to, że operator $T_{|A_0}$ przekształca A_0 w B_0. Nie – skonkluduje hipotetyczny czytelnik – to nie może do tego się sprowadzać. Ale w takim razie o co tu chodzi?

Sytuacji nie poprawia fakt, że pytanie Q dotyczy operatora $\mathcal{F}(T)$, który we wzorze kończącym omawiany fragment zdaje się być oznaczany $T_{|\mathcal{F}(\vec{A})}$. Czy zatem $\mathcal{F}(T)$ i $T_{|\mathcal{F}(\vec{A})}$ to jedno i to samo? Co więcej, wspomniany wzór znów nijak się gramatycznie ani logicznie nie łączy z tekstem, a do tego nawet nie kończy kropką.

1.3 *Kommos pierwszy*

To mają być pierwsze zdania autoreferatu, wprowadzające w tematykę? To jest tekst przemyślany, próba komunikacji z czytelnikiem? Gdyby nie to, że *domyślam się*[4] co autor chciał tu powiedzieć, nic bym z niego nie zrozumiał. Bo też i formalnie rzecz biorąc nie można tych dwóch zdań uznać za uświęcony tradycją sposób przekazywania informacji.

Zainteresowanemu czytelnikowi śpieszę wyjaśnić, że (jak widać z powyższego przykładu: utrudniona) lektura autoreferatu p. dra Szwedka pokazuje, iż tak niefortunnie przedstawione fundamentalne pytanie teorii interpolacji można znacznie prościej, nieformalnie ująć następująco. Czy ze znanych własności operatorów przekształcających przestrzenie w jakimś sensie skrajne można wywnioskować analogie tych własności dla wersji tychże operatorów przekształcających przestrzenie interpolujące? To naprawdę tylko tyle: w całym tym techno- i wielomówstwie żadne subtelności się nie kryją. Dodać też należy, że oczywiście nigdzie później nie znalazłem już odwołań do własności ($\mathcal{P}_0$) ani $\mathcal{P}_1$, więc cały ten formalizm nikomu do niczego potrzebny nie był.

A tych, którzy sądzą być może, że wybrałem jeden – rzeczywiście niefortunny, ale odosobniony – przykład i na jego podstawie krytykuję cały autoreferat polecam próbę zrozumienia definicji ze strony 81., która brzmi tak „Jeżeli dodatkowo Y zawiera wraz z funkcją g każdą funkcję f, która jest równomierzalna z g, gdzie $\|g\|_Y = \|f\|_Y$, to mówimy ...". Należy tu podkreślić, że oczywiście pojęcie równomierzalności nie zostało nigdzie w autoreferacie wyjaśnione, więc nim przeczytałem o nim w pięknej monografii Benneta i Sharpleya (o której dowiedziałem się z zawartej w autoreferacie obszernej bibliografii) zastanawiałem się między innymi, jaką rolę w tym zdaniu pełni słówko „gdzie" używane ostatnio jako wytrych do wszelkich konstrukcji myślowych. Czy przypadkiem owo „gdzie" nie jest skrótem od „gdzie równomierzalność oznacza $\|g\|_Y = \|f\|_Y$"? To oczywiście droga donikąd, ale gramatycznie innego sensu definicji tej nadać nie można.[5]

Więcej przykładów? Proszę bardzo: czy ktoś potrafi nadać sens występującemu na stronie piątej zdaniu „uzyskano wzór $\mathcal{E}_t(T), t \in [1, \infty)$ na granicę liczb entropijnych ..."? Wymieńmy też określenie „dowody oparte na założeniu warunku aproksymacyjnego na parze", które zapewne straciło swą esencję przy tłumaczeniu z angielskiego. Podawanie pełnej listy mija się z celem, ale zapewniam, że byłaby ona obfita i różnorodna.

---

[4]Domyślam się po kilku dniach studiów odpowiednich, zresztą bardzo interesujących, podręczników.

[5]Rozwiązanie zadania: definicja ta najprawdopodobniej brzmi poprawnie tak: „Jeżeli dodatkowo Y zawiera wraz z daną funkcją g każdą inną funkcję f, która jest z g równomierzalna i spełnia warunek $\|f\|_Y = \|g\|_Y$, to mówimy ...".

1.4 *Epesejdion drugi*

Parę słów napisać tu należy także o dodatku zatytułowanym „Notacja, definicje, fakty". Wiem, ile wysiłku kosztuje napisanie autoreferatu habilitacyjnego, bo sam swój wiele lat temu pisałem kilka miesięcy i była to praca intensywna. W przypadku p. dra Szwedka powstało ponad 100 stron tekstu po polsku i drugie tyle po angielsku. Przeglądając te dokumenty ucieszyłem się więc ze wspomnianego wyżej dodatku; doceniłem autora za dodatkowy trud, który podjął, by pomóc recenzentom w percepcji głównej części tekstu.

Muszę jednak stwierdzić, że choć zamysł był szczytny, jego wykonanie poważnie rozczarowuje: lektura tego zbioru suchych faktów, niemal grochu z kapustą, jest niestrawna, a przynajmniej znacznie bardziej nużąca niż odpowiednich podręczników, i w sumie niewiele daje.

Ja zapewne też miałem pecha, bo w poszukiwaniu sensu fundamentalnego pytania teorii interpolacji, o którym pisałem wyżej, dotarłem oczywiście do definicji pary Banacha, która znajduje się na stronie 83. Przeczytałem w niej, że dwie przestrzenie Banacha A_0 i A_1 nazywamy parą, jeśli istnieje topologiczna przestrzeń Hausdorffa, w którą można je obie w sposób ciągły zanurzyć. Czytając dalszą część tekstu zachodziłem więc w głowę, jak dla pary Banacha definiuje się podstawową przestrzeń A_0+A_1. Nie potrafiąc rozwiązać tej zagadki uznałem, że odpowiedź na nią znajdę we wcześniejszych partiach tego rozdziału. Zacząłem zatem studiować od początku, ale tam natknąłem się na niezrozumiałą definicję z kommosu pierwszego. Na tej samej stronie znalazłem też definicję znaku $\asymp$, która wydała mi się dziwna, bo stwierdzała, że na przykład funkcja $f(t) = e^{e^{e^t}}$ jest porównywalna z $g(t) = 0$, o ile tylko dziedziną tej pierwszej są liczby niewymierne, a drugiej – wymierne.

Od tego momentu uznałem, że lektura tego rozdziału na nic się nie zda i wziąłem się za czytanie podręczników. Tam wszystko stało się jasne: p. dr Szwedek w definicji pary Banacha zapomniał o słowie „liniowa" (odnoszącym się do przestrzeni Hausdorffa) ....

Nie, nie podejrzewam p. dra Szwedka o to, że nie wie jak brzmi prawidłowa definicja. Choćby pobieżny przegląd jego prac świadczy o tym, że jest to świetny fachowiec, znakomicie poruszający się w meandrach co najmniej kilku odnóg teorii interpolacji i taki zarzut byłby absurdalny.[6] Dowodzę tylko raz jeszcze, że autoreferat nie został napisany tak, by niespecjalista mógł z niego skorzystać, to znaczy napisany tak, jak powinien.

1.5 *Kommos drugi*

Wychowano mnie w tradycji mówiącej, iż nie wystarczy udowodnić twierdzenie: trzeba je jeszcze umieć przedstawić tak, by inni się nim zainteresowali i bez wchodzenia w technikalia zrozumieli jego sedno. Zabieg polegający na tym, by autoreferat pisać w sposób nieprzystępny dla przeciętnego matematycznego czytelnika i na tego ostatniego zrzucić ciężar studiowania suchego zbioru, często niekompletnych, definicji jest tej tradycji obcy i na pewno chybiony. Doceniłbym autoreferat p. dra Szwedka bardziej, gdyby jego autor podjął próbę wyjścia ze swego hermetycznego świata i ludzkim językiem opowiedział o swoich największych osiągnięciach.

A jest o czym.

[6] Zresztą, jak się przekonałem później, w angielskiej wersji autoreferatu słowo „linear" znajduje się na swoim miejscu. Tak jak napisałem wyżej: w polskiej wersji dr Szwedek po prostu jego brak przeoczył.

2 Opis głównych wyników uzyskanych przez dra Szwedka

2.1 Identyfikacja przestrzeni interpolacyjnych

Autor rozpoczyna prezentację swoich wyników od opisu artykułu oznaczonego [A5]; pójdźmy i my za jego przykładem.

Gdy laik taki jak ja myśli o interpolacji przestrzeni Banacha, przychodzą mu do głowy przede wszystkim przestrzenie $L^1(\mu)$ i $L^\infty(\mu)$ oraz leżące między nimi $L^p(\mu), p \in (1, \infty)$. Metod interpolacji jest jednak wiele i postać przestrzeni interpolujących zwykle nie jest oczywista. Już w przypadku, gdy miara μ, przy pomocy której budowane są przestrzenie $L^p(\mu)$, nie przyjmuje wartości rzeczywistych, lecz wektorowe, nasze (ograniczone) intuicje okazują się zawodne. Przypadkowi temu i metodzie interpolacji Calderóna poświęcona jest praca [A5]: jej autorzy, p. dr Szwedek oraz doświadczony matematyk, E.A. Sánchez Pérez, potrafią opisać przestrzenie interpolujące w terminach miary wektorowej, która ma wartości w przestrzeni typu l^∞.

Warto tu poczynić refleksję następującą: zdaniu, iż wspólna publikacja z promotorem, lub innym doświadczonym naukowcem jest nieco mniejszym osiągnięciem niż samodzielna, racji odmówić nie można. Tę samą sytuację można też jednak widzieć inaczej: wspólny artykuł z kimś o uznanym nazwisku może być dla aspirującego matematyka wyróżnieniem i uznaniem dla jego kwalifikacji. Choć różnica wieku między p. dr. Szwedkiem a współautorem pracy [A5] nie jest aż tak duża, dzieli ich przepaść doświadczenia i rozpoznawalności w świecie naukowym, E.A. Sánchez Pérez bowiem jest według MathSciNet autorem ponad 150 publikacji. Mam prawo myśleć, że wspólny z nim artykuł świadczy bardziej na korzyść p. dra Szwedka niż na jego niekorzyść.

2.2 Przestrzenie Hardy'ego na obszarach kołowych

Kolejną pracę wchodzącą w skład rozprawy habilitacyjnej oznaczono [A4]; jej współautorem jest dr Paweł Mleczko, kolega p. dra Szwedka z Pracowni Teorii Operatorów na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM w Poznaniu,[7] specjalizujący się w analizie przestrzeni funkcji analitycznych.

Artykuł ten łączy się z [A5] w tym sensie, że jego głównym wynikiem jest ponownie jawny opis konkretnych przestrzeni interpolujących: tym razem chodzi o przestrzenie Hardy'ego funkcji analitycznych na obszarach kołowych (to znaczy na obszarach powstających z dysku, gdy usuniemy z niego skończoną liczbę rozłącznych dysków w nim zawartych). Kluczem do wspomnianej charakteryzacji jest elegancki lemat mówiący, że funktory interpolacyjne mają własność dekompozycji względem operacji tworzenia produktu przestrzeni Banacha. W połączeniu z faktem, że przestrzenie Hardy'ego funkcji analitycznych na opisanych wyżej obszarach można widzieć jako iloczyny przestrzeni prostszych, własność ta pozwala na uogólnienie wyników uzyskanych wcześniej przez I. Chalendar[8] i J. R. Partingtona. Artykuł [A4]

[7] Jestem pewien uznania dla profesora Mastyły, który jest kierownikiem w.w. pracowni, za to, że potrafił w zaawansowaną teorię interpolacji wprowadzić kilku młodych naukowców i nauczył ich ze sobą współpracować. To wbrew pozorom nie taka oczywista umiejętność.

[8] Nawiasem mówiąc, miałem przyjemność poznać Isabelle Chalendar: to bardzo sympatyczna osoba.

zawiera też interesujące wyniki dotyczące aproksymacji funkcji analitycznych na obszarach kołowych.

2.3 Interpolacja miar niezwartości i charakterystyk im pokrewnych

Punktem wyjścia kolejnego, najdłuższego i najbardziej znaczącego, podrozdziału autoreferatu, jest naturalne pytanie, czy informacja o tym, iż operator działający w przestrzeniach skrajnych jest zwarty, pozwala na stwierdzenie, że jest on zwarty także wtedy, gdy rozważamy jego wersję w przestrzeniach interpolujących. Przedstawiwszy ciekawą historię tego zagadnienia i wyniki uzyskane uprzednio przez innych, także tych najbardziej znanych, naukowców, p. dr Szwedek przedstawia swoje własne twierdzenia, pochodzące z pracy [A2], poświęcone mierze niezwartości operatora T, oznaczanej $\beta(T)$, a definiowanej jako granica ciągu tak zwanych diadycznych liczb entropijnych $\{e_n(T), n \geq 1\}$:

$$\beta(T) = \lim_{n\to\infty} e_n(T).$$

Twierdzenia te mówią, że jeśli interpolujemy metodą zespoloną, a para Banacha, w której znajdują się obrazy obu skrajnych wersji operatora T ma pewne własności aproksymacyjne[9], to zdefiniowaną wyżej miarę niezwartości tego operatora w przestrzeniach pośrednich można szacować z góry przez iloczyn pewnej stałej oraz odpowiednich potęg tychże miar niezwartości operatora w dwóch przestrzeniach skrajnych. Dokładniej, oznaczając przez $T_\theta, \theta \in (0,1)$, wersje operatora T w przestrzeniach interpolujących mamy[10]

$$\beta(T_\theta) \leq C\,[\beta(T_0)]^{1-\theta}\,[\beta(T_1)]^{\theta}, \qquad \theta \in (0,1), \tag{1}$$

gdzie oczywiście T_0 i T_1 to wersje operatora T w przestrzeniach skrajnych. Przy słabszym założeniu, mówiącym o możliwości przybliżania wektorów tylko z jednego z elementów pary Banacha, występującą po prawej stronie miarę $\beta(T_1)$ należy zastąpić normą operatora T_1.

Twierdzenia te bardzo ładnie wpisują się w poprzednie wyniki, a bezpośrednim z nich wnioskiem jest fakt znany już Calderónowi, że przy opisanych wyżej założeniach dotyczących obrazu, zwartość operatora T_0 pociąga za sobą zwartość operatorów $T_\theta, \theta \in (0,1)$ (ze względu na to, że $\beta(T) = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy operator T jest zwarty); p. dr Szwedek podkreśla przy tym, że swoje rezultaty uzyskał poprzez rozumowania znacząco różniące się od tych używanych wcześniej. Autor dyskutuje także relacje między otrzymanymi przez siebie twierdzeniami a tymi, które znane były uprzednio, dowiedzionymi na przykład przy nieco innych założeniach dotyczących pary Banacha, w której znajdują się obrazy skrajnych wersji operatora T.

Osiągnięciem, które on sam ceni sobie wyjątkowo, jest pochodząca z pracy [A6] nierówność typu (1), ale nie dla miary β lecz dla aproksymujących ją zewnętrznych (ale i wewnętrznych) liczb entropijnych, a więc wchodząca w materię znacznie głębiej. Omówiwszy pokrótce dlaczego w przypadku ogólnym zupełnego analogonu nierówności (1) dla liczb entropijnych

[9] Mówiąc bardzo nieściśle, chodzi o możliwość w pewnym sensie jednostajnego przybliżania wektorów z jednego lub obu elementów tej pary, wektorami z przestrzeni skończenie wymiarowych; o parach Banacha, w których możliwość taka istnieje mówi się, że spełniają warunek Calderóna.

[10] Proszę mi wybaczyć to nieco nieortodoksyjne, ale za to klarowne i zwięzłe oznaczenie.

oczekiwać nie można, autor przedstawia twierdzenie mówiące, że jeśli obie pary Banacha składają się z zespolonych przestrzeni Hilberta, to

$$\epsilon_k(T_\theta) \leq 72\,[\epsilon_k(T_0)]^{1-\theta}[\epsilon_k(T_1)]^\theta, \qquad \theta \in (0,1), \tag{2}$$

dla dowolnego T i dowolnego $k \in \mathbb{N}$. We wzorze tym ϵ_k jest k-tą zewnętrzną liczbą entropijną[11]; analogiczny wzór zachodzi dla liczb entropijnych wewnętrznych ze stałą 72 zastąpioną przez 64, a stałe te można jeszcze ulepszyć, jeśli ograniczymy się do ważnego szczególnego przypadku $\theta = \frac{1}{2}$. To rzeczywiście godny uwagi wynik.

Należy tu podkreślić, że dotyczy on geometrycznej metody interpolacji: już wcześniej znane były przykłady pokazujące, że w przypadku metody rzeczywistej nierówności tego typu zachodzić w ogólności nie mogą. Wyniki zawarte w [A3], których tu ze względu na ich zbyt techniczny charakter omawiać nie będziemy, można uważać za dyskusję tego „jak bardzo niemożliwa" w przypadku rzeczywistym jest nierówność typu (2).

Wyniki artykułu [A7] z kolei są bardziej „pozytywne" w tym sensie, że podają (nieco innego typu) oszacowania na liczby entropijne w przypadku, gdy para Banacha, w której leżą wartości rozważanych operatorów ma dodatkowe wartości aproksymacyjne (podobne co do zamysłu, choć nie tożsame z własnościami rozważanymi przez Calderóna); autor przedstawia też twierdzenie pokazujące, że klasa par Banacha o tych własnościach jest na tyle szeroka, że warto ją w ogóle rozważać.

Omawiany na zakończenie tego podrozdziału artykuł [A1] poświęcony jest natomiast problemowi dwustronnej aproksymacji słynnych liczb osobliwych (singularnych) w przypadku par Banacha przestrzeni Hilberta. Jak się okazuje, przykładowo, dla operatorów normalnych liczby aproksymacyjne a_n są takie same we wszystkich przestrzeniach interpolujących.

2.4 Interpolacja widma operatora

Kolejny podrozdział autoreferatu poświęcony jest teorii rozwiniętej w artykule [A3], napisanym wspólnie z byłym promotorem prac magisterskiej i doktorskiej p. dra Szwedka, prof. dr hab. Mieczysławem Mastyłą. Teoria to głęboka i tajemnicza.

Okazuje się bowiem, że z klasycznego wzoru Gelfanda na promień spektralny oraz związanych z nim wyników Königa, Zemánka[12], Carla i Triebla można wykoncypować zaskakujący, a co najmniej nieoczywisty, związek między wartościami własnymi operatora a liczbami entropijnymi jego potęg. Na tej niebanalnej podstawie połączonej z przekonaniem, iż istnieją nietrywialne związki między teorią spektralną i teorią interpolacji, autorzy [A3] budują konstrukcję złożoną z twierdzeń będących interpolacyjnymi wersjami nierówności typu Carla–Triebla.

Muszę powiedzieć, że wyniki te robią na mnie duże wrażenie, chyba nawet większe niż te z rozdziału poprzedniego, i jak sądzę nie jest to tylko i wyłącznie wynik faktu, że jestem w tej dziedzinie ignorantem.

[11] Diadyczna liczba entropijna, którą napotkaliśmy już wyżej jest szczególnym przypadkiem tej, o której mowa tu: z definicji $e_k(T) = \epsilon_{2^k}(T)$.

[12] Wzmianka o twierdzeniu nieżyjącego już niestety Profesora, którego miałem okazję trochę znać i przez jakiś czas dość często spotykać, była dla mnie przyjemna.

2.5 Osiągnięcia poza rozprawą

Dorobek p. dra Szwedka poza rozprawą jest różnorodny i równie cenny.[13] Obejmuje on takie zagadnienia jak interpolacja miar niezwartości metodą rzeczywistą, ideały banachowskie generowane poprzez konstrukcję interpolacyjną, interpolacja wieloliniowa pomiędzy przestrzeniami quasi-Banacha, nierówności wielomianowe Kahane'a–Salema–Zygmunda, twierdzenia o zespolonej symetrii operatorów, rozmyte miary wektorowe oraz miary informacji o wartościach wektorowych.

3 Konkluzja

Wyniki, które p. dr Szwedek uzyskał w trakcie swej kariery naukowej, choć mieszczą się w ramach teorii interpolacji lub przynajmniej są nią inspirowane, cechują się różnorodnością i świadczą o dużej matematycznej erudycji autora. Autoreferat, mimo iż, jak już pisałem, można mu wytknąć poważne błędy redakcyjne i językowe, pozytywnie zaskakuje też znakomitą, rzadko spotykaną, znajomością obszernej literatury. Cykl składający się na rozprawę habilitacyjną został opublikowany w okresie dość krótkim, bo w latach 2015–2019. Niezależnie od współudziału trzech współautorów, w tym dwóch znacznie bardziej doświadczonych od p. dra Szwedka, widać w nim wyraźnie, choćby nawet niewyartykułowaną, myśl przewodnią i rękę jednego dojrzałego już matematyka tworzącego na osnowie teorii interpolacji. Dorobek poza rozprawą jest równie wysokiej próby. Mą bardzo dobrą opinię o uzyskanych przez p. dra Szwedka wynikach potwierdza ranga czasopism, w których zostały opublikowane oraz fakt, że uzyskano je przy pomocy różnorodnych, często zaawansowanych technik szeroko rozumianej analizy funkcjonalnej.

Nie mam wątpliwości, że wybrany cykl artykułów jak i dorobek poza nim spełniają wszelkie zwyczajowe i ustawowe wymogi stawiane kandydatom do stopnia doktora habilitowanego. Z pełnym przekonaniem wnoszę więc o to, by pan doktor Szwedek został dopuszczony do dalszych etapów przewodu.

A. Bobrowski

Adam Bobrowski

[13] W istocie, jeśli wierzyć tzw. ministerialnej liście czasopism, to cenniejszy niż cała rozprawa, w tym mianowicie sensie, że znajdują się w nim dwie prace za 140 punktów (w tym jedna z ogólnie bardzo szanowanego Journal of Functional Analysis), a rozprawa składa się z artykułów za punktów najwyżej 100 każdy. Nie jest to jednak najmądrzejsze stawianie sprawy.