

dr hab. Grzegorz Łysik
Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach
Wydział Nauk Ścisłych i Przyrodniczych
Katedra Matematyki
ul. Uniwersytecka 7
25-406 Kielce

22 marca 2021 r.

Recenzja rozprawy habilitacyjnej dr. Piotra Sworowskiego

Całki typu Łuzina i miary wahaniowe

Na początku tej recenzji pragnę zaznaczyć, że nie jestem specjalistą w zakresie analizy rzeczywistej, w szczególności w zakresie teorii całki. Jednakże będąc powołanym na recenzenta jestem zobligowany sporządzić opinię czy osiągnięcia naukowe osoby ubiegającej się o stopień doktora habilitowanego odpowiadają wymaganiom określonym w art. 219 ust. 1 pkt 2 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*, zwanej dalej *Ustawą*, i przygotować recenzję.

Wstęp

Większość książek poświęconych teorii całki omawia głównie całkę Lebesgue'a. Własnością charakterystyczną tej całki jest własność absolutnej zbieżności, tzn. funkcja f jest całkowalna wtedy i tylko wtedy, gdy $|f|$ jest całkowalna. Jednakże pochodna funkcji całkowalnej w sensie Lebesgue'a nie musi być całkowalna. Fakt ten oraz pewne aspekty teorii szeregów Fouriera spowodowały potrzebę uogólnienia całki Lebesgue'a. Te uogólnione całki nie mają już własności absolutnej zbieżności. Największy wpływ na teorię całek uogólnionych miały prace J. Kurzweila i R. Henstocka powstałe w połowie XX wieku. Stan wiedzy o uogólnionych całkach na koniec XX wieku przedstawia monografia V. Ene *Real Functions – Current Topics*, Lecture Notes in Mathematics 1603, Springer, 1995. Od czasu jej wydania powstało uzyskano wiele nowych wyników publikowanych głównie w specjalistycznych czasopismach.

Opis osiągnięcia naukowego w rozumieniu art. 219 ust. 1 pkt 2b Ustawy

Jako osiągnięcie naukowe mające być podstawą nadania stopnia naukowego doktora habilitowanego dr Piotr Sworowski przedstawił cykl powiązanych tematycznie prac zatytułowany *Całki typu Łuzina i miary wahaniowe*. W skład cyklu wchodzi powiązanych tematycznie 7 prac:

- 1° P. Sworowski, *On the uniform strong Luzin condition*, Math. Slovaca 63 (2013), no. 2, 229-242.
- 2° A.V. Skvortsov, P. Sworowski, *The AP-Denjoy and AP-Henstock integrals revisited*, Czechoslovak Math. J. 62(137) (2012), no. 3, 581-591.

- 3° P. Sworowski, *On Riemann-type definition for the wide Denjoy integral*, Rend. Semin. Mat. Univ. Padova 126 (2011), 175-200.
- 4° P. Sworowski, *On some variational measures relative to the wide Denjoy integral and its counterparts*, Rend. Semin. Mat. Univ. Padova 142 (2019), 9-36.
- 5° P. Sworowski, *On the approximately continuous Foran integral: completing our chart*, Real Anal. Exchange 33 (2008), no. 1, 29-40.
- 6° A.V. Skvortsov, P. Sworowski, *Comparison of some trigonometric integrals*, Math. Notes 104 (2018), no. 1-2, 303-308.
- 7° A.V. Skvortsov, P. Sworowski, *Comparison of some trigonometric integrals II*, Eur. J. Math. 5 (2019), no. 1, 194-205.

Dr Piotr Sworowski w przedstawionym autoreferacie bardzo dokładnie opisał zarówno kontekst prowadzonych badań jak i wyników uzyskanych w pracach wyżej wymienionego cyklu. Dlatego przedstawię tylko bardzo ogólny ich opis.

W artykule 1° autor bada różne charakteryzacje całek nieoznaczonych w sensie Kurzweila-Henstocka za pomocą silnego warunku Łuzina. W szczególności wykazuje, że pojęcie HK equi-całkowalności ciągu funkcji jest równoważne z pewną wersją własności ACG_δ (wprowadzonej przez Russela A. Gordona) dla ciągu całek nieoznaczonych.

W pracy 2° autorzy badają całki typu KH względem lokalnego układu Δ podzbiorów prostej rzeczywistej. Faktyczne wyniki przedstawione w pracy stanowią uzupełnienie i rozszerzenie wyników z pracy J.M. Parka, J. J. Oh, C.-G. Parka i D.H. Lee: *The AP-Denjoy and AP-Henstock integrals*, Czech. Math. J. 57 (2007), 689–696, dotyczących opisowych charakteryzacji aproksymacyjnych KH-całek.

Celem pracy 3° jest omówienie riemanowskiej charakteryzacji całki Denjoy-Chinczyna. Praca ma charakter przeglądowy, lecz zawarto w niej także kilka nowych wyników. W szczególności rozwiązano w niej rozwiązanie problemu postawionego przez Henstocka.

W pracy 4° autor stosuje wprowadzone przez B. Thomsona pojęcia słabych i q -słabych miar do charakteryzacji różnego typu całek Łuzina w terminach absolutnej ciągłości tych miar.

W pracy 5° opisane są relacje pomiędzy różnymi klasami aproksymacyjnych całek Forana w powiązaniu z aproksymacyjnymi całkami Chinczyna.

Przedmiotem prac 6° i 7° jest badanie relacji pomiędzy trzema całkami trygonometrycznymi, SPC-całką Burkilla, MZ-całką Marcinkiewicza i Zygmunda oraz AS-całką Preissa i Thomsona. Podano przykłady ilustrujące te relacje oraz relacje z całką Denjoy-Chinczyna.

W przedstawionej deklaracji dr. Piotra Sworowskiego jego wkład powstanie prac 2°, 6° i 7° wspólnych z A. V. Skvortsovem został dobrze opisany.

Prace dr. Piotra Sworowskiego związane z jego rozprawą doktorską

Piotr Sworowski podjął badania nad uogólnionymi całkami na początku XXI wieku. W pracy *On H_1 -integrable functions*, Real Anal. Exchange 27 (2001/02), 275-286 autor wprowadza całkę Kurzweila-Henstocka (całkę KH) korzystając z granic Moore'a-Smitha. W pracy podano charakteryzację funkcji H_1 całkowalnych prawie wszędzie znikających. Główny rezultat wspólnej pracy z A. Maliszewskim, *A characterization of H_1 -integrable functions*, Real Anal. Exchange 28 (2002/03), 93-104 dotyczy charakteryzacji funkcji H_1 całkowalnych w terminach własności Baire'a. W następnej pracy z A. Maliszewskim, *Uniform convergence theorem for the H_1 -integral revisited*, Taiwanese J. Math. 7 (2003), 503-505 autorzy pokazują, że granica jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji H_1 całkowalnych nie musi być $\text{equi-}H_1$ całkowalna, obalając w ten sposób twierdzenie I. J. L. Garcesa i P. Y. Lee. W pracy *An answer to some questions of Ene*, Real Anal. Exchange 30 (2004/05), 183-192 są zaproponowane cztery aproksymacyjnie ciągle uogólnienia całki Denjoya oraz związki między nimi. Powyższe prace stanowiły bazę rozprawy doktorskiej P. Sworowskiego *Całki typu Kurzweila-Henstocka* obronionej w 2005 roku na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej.

Pozostałe prace

Pozostałe prace kandydata również dotyczą teorii całek uogólnionych i zostały dobrze opisane w autoreferacie. Warto podkreślić, że P. Sworowski wspólnie z W. Skworcowem są autorami podręcznika uniwersyteckiego *Całki uogólnione*, będącego od czasu monografii S. Saksa *Zarys teorii całki* z roku 1930 jedynym w języku polskim opracowaniem wyników dotyczących całek uogólnionych.

Pozostałe osiągnięcia naukowe i dydaktyczne

Dr Piotr Sworowski wygłaszał referaty na 27 międzynarodowych konferencjach głównie poświęconych teorii funkcji rzeczywistych. Ponadto wygłaszał odczyty na Uniwersytecie Moskiewskim im. Łomonosowa (8 odczytów), Uniwersytecie Petersburskim, Uniwersytecie Szczecińskim, Uniwersytecie Gdańskim i Politechnice Łódzkiej. Jest to całkiem przyzwoity wynik, który jednakże nie znajduje odzwierciedlenia w cytowalności prac Habilitanta przez innych autorów. Dr Piotr Sworowski jest bardzo aktywny w działalności recenzenckiej: napisał 34 recenzje wydawnicze, 44 recenzje dla Zentralblatt für Mathematik i 40 recenzji dla Mathematical Reviews.

Dr Piotr Sworowski całą swoją działalność naukową prowadził w Instytucie Matematyki Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Bydgoszczy – przemianowanej następnie na Akademię Bydgoską, a obecnie noszącej nazwę Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy – będąc zatrudnionym do roku 2005 na stanowisku asystenta, a następnie na stanowisku adiunkta. Z zakresie działalności dydaktycznej prowadził wiele wykładów i ćwiczeń z dość różnorodnej tematyki, w tym wykłady monograficzne z matematyki dyskretniej i całek uogólnionych oraz wykłady w języku angielskim dla studentów programu Erasmus. Był promotorem prac magisterskich i licencjackich oraz opiekunem projektów dyplomowych. Działalność dydaktyczną oceniam pozytywnie.

Słabym punktem działalności Habilitanta jest brak odbywania przez niego staży badawczych poza macierzystą uczelnią, z wyjątkiem wyjazdów na konferencje i szkoły naukowe oraz na krótkie wizyty w ramach programu Erasmus. W dostarczonej dokumentacji nie znalazłem również informacji o uczestnictwie w jakichkolwiek zewnętrznych grantach badawczych.

Konkluzja.

Na podstawie artykułu 219 *Ustawy* stopień naukowy doktora habilitowanego nadaje się osobie, która spełnia trzy warunki określone w ust. 1 punkty 1), 2) i 3) tego artykułu. Na podstawie przedstawionego autoreferatu, załączonych prac i kopii dyplomu doktora zdecydowanie **potwierdzam**, że dr Piotr Sworowski:

- 1) *uzyskał stopień doktora nauk matematycznych* nadany mu przez Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej w 2005 roku na podstawie rozprawy *Całki typu Kurzweila-Henstocka*;
- 2) jego osiągnięcia naukowe *odpowiadają wymaganiom* określonym w art. 219 ust. 1 pkt 2 *Ustawy* t.j. *posiada on w swoim dorobku osiągnięcia naukowe*, stanowiące znaczny wkład w rozwój dyscypliny matematyka, w szczególności przedstawił cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych opublikowanych w czasopismach naukowych lub w recenzowanych materiałach z konferencji międzynarodowych, które w roku opublikowania artykułu w ostatecznej formie były ujęte w wykazie sporządzonym zgodnie z przepisami wydanymi na podstawie art. 267 ust. 2 pkt 2 lit. b. *Ustawy*.

Muszę jednak zaznaczyć, że z przedstawionych dokumentów *nie wynika* aby dr Piotr Sworowski spełniał warunek określony w art. 219 ust. 1 pkt 3 *Ustawy*, który brzmi:

- 3) (osoba) wykazuje się istotną aktywnością naukową realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej.

Grzegorz Łysik

Grzegorz Łysik