

Opinia o pracy doktorskiej mgr Mateusza Johna**pt. „Estymacja i testowanie macierzy kowariancji należących do podprzestrzeni kwadratowych”****1. Ogólna charakterystyka pracy i uzyskane wyniki.**

Praca zawiera: streszczenie (polskie i angielskie), wykaz ważniejszych skrótów i oznaczeń, który znacznie ułatwia czytanie pracy, wstęp, oraz podzielona jest na 5 rozdziałów. Ponadto, zawiera bibliografię liczącą 62 pozycje. Bibliografia zawiera 4 prace współautorskie w tym 3 współautorskie z promotorem tej rozprawy. Wstęp, nieco szerszy od angielskiego i polskiego streszczenia, zawiera podsumowanie otrzymanych wyników w poszczególnych rozdziałach.

Rozdział 1. „Wprowadzenie”.

W całej pracy obowiązują założenia normalności rozkładów przy różnych strukturach macierzy kowariancji, które generują podprzestrzeń kwadratową, zdefiniowaną przez J. Seele w 1970 roku. Oznacza to, że wraz z macierzą jej kwadrat należy do tej przestrzeni. W szczególności takimi są macierze proporcjonalne do macierzy jednostkowej, macierze diagonalne, macierze kompletnie symetryczne, oraz kołowe macierze Toeplitza. Jeśli macierze kwadratowej podprzestrzeni komutują to nazywa się ona komutatywną kwadratową podprzestrzenią. Praca dotyczy ogólnej teorii estymacji i testowania hipotezy postaci dotyczącej macierzy kowariancji Σ postaci

$$H_0: \Sigma \in W_0 \text{ przeciw } H_1: \Sigma \in W_1 \setminus W_0,$$

gdzie W_0 jest pewną komutatywną podprzestrzenią kwadratową, natomiast W_1 jest podprzestrzenią kwadratową dowolną (niekoniecznie komutatywną). W rozdziale tym podane są operacje różniczkowanie złożonych funkcji operatora vec i iloczynu Kroneckera wykorzystane w dalszej części pracy.

Rozdział 2. „Estymacja macierzy kowariancji o zadanej strukturze, należącej do podprzestrzeni kwadratowej”.

Główne wyniki w tym rozdziale (patrz (Twierdzenie 2.1) podano warunki konieczne i dostateczne na to aby estymator NW (największej wiarygodności) miał jawną postać, przy dodatkowym założeniu, komutowania macierzy kowariancji z macierzą rzutu na przestrzeń wartości oczekiwanej. Jest to uogólnienie wyniku z pracy Szatrowskiego z roku 1980 W kolejnym Twierdzeniu 2.2 udowodniono, że estymator NM w modelu o rozważanej strukturze można otrzymać przez rzutowanie estymatora NW macierzy kowariancji bez struktury na podprzestrzeń o zadanej strukturze macierzy kowariancji. Korzystając z powyższego twierdzenia, wyprowadzono estymatory NW dla przedstawionych struktur w rozdziale pierwszym.

Rozdział 3. „Testowanie hipotez dotyczących struktur kowariancji należących do podprzestrzeni kwadratowych w modelu podwójnie wielowymiarowym”.

Główne wyniki dotyczą wyprowadzenie statystyk testowych LRT (test ilorazu wiarygodności) i RST (Rao score test) dla hipotez zerowej i alternatywnej w terminach bazy komutatywnej kwadratowej podprzestrzeni. Twierdzenie 3.1 podaje estymatory dla testu

LRT oraz w Twierdzeniu 3.2 podano postać statystyki testowej LRT. Twierdzenie 3.3 podaje jej rozkład przy prawdziwości hipotezy zerowej jako iloczyn rozkładów beta, podając jej parametry. Z kolei Twierdzenie 3.4 jest inną reprezentacją estymatorów podanych w Twierdzeniu 3.1. Kolejne Twierdzenie 3.5 podaje statystykę testową RST. Następne badania w tym rozdziale dotyczą porównania mocy testów RST i LRT. Badania symulacyjne prowadzono w oparciu o parametry rzeczywistych danych.

Rozdział 4. „Testowanie niezależności międzyklasowej w modelu z macierzą kowariancji o blokowej strukturze kompletnej symetrii”.

Wyniki tego rozdziału dotyczą wyznaczania estymatorów NW metodą rzutowania dla parametrów BCS. Natomiast postać funkcji charakterystycznej LRT (logarytm funkcji lambda), podana w Twierdzeniu 4.1, pozwala numerycznie odtworzyć jej rozkład korzystając z dwóch dostępnych pakietów, co z kolei pozwala wyznaczyć wartość krytyczną testu dla równości macierzy zerowej elementów blokowych poza diagonalą. Kolejne Twierdzenie 4.2 podana jest statystyka wynikowa Rao dla wyżej wspomnianej hipotezy równości blokowych podmacierzy macierzy kowariancji. Z kolei, dla celów badania symulacyjnego porównujących mocy testów, Pomocne jest Twierdzenie 4.3 podające postać statystyki Walda oraz Twierdzenie 4.4. Badania symulacyjne dotyczą szybkości zbieżności do rozkładu granicznego dla małych parametrów (wielkości próby), odporność na zaburzenia rozkładu normalnego oraz analizy mocy testów.

Rozdział 5. „Podsumowanie”

Stanowi posumowanie otrzymanych wyników oraz cenne uwagi dla praktyków oraz propozycje dalszych badań.

2. Ocena wyników rozprawy.

Praca wnosi istotny wkład do teorii estymacji i testowania hipotez w wielowymiarowych rozkładach normalnych. Autor uzyskał nowe wyniki teoretyczne z zakresu wyboru modelu spośród trzech struktur macierzy kowariancji. Słusznie dokonuje się wyboru modelu w oparciu o minimalne statystyki dostateczne. Statystyką tą jest jednocześnie estymatorem uzyskanym metodą największej wiarygodności w modelu z dowolną dodatnio określoną nieznaną macierzą kowariancji (brak tej uwagi w pracy). W uzyskaniu w/w wyników istotna była biegła znajomość i stosowanie formuł różniczkowania funkcji wektorowych i macierzowych w problemach statystycznych. Ponadto, autor pracy zaprezentował wykorzystanie wyników pracy do rzeczywistych danych. Z powyższych uwag i biorąc pod uwagę wysoką merytorycznie ocenę pracy wnoszę o jej wyróżnienie.

3. Konkluzja.

Z uwagi na wyżej przedstawioną opinię, stwierdzam, że rozprawa spełnia wymagania przepisów ustawy „Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce”. W związku z powyższym wnoszę o dopuszczenie mgr do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Roman Zmyślony

