EFEKTY UCZENIA SIĘ I TREŚCI PROGRAMOWE DLA ZAJĘĆ

Kierunek: **Matematyka**
Poziom studiów: **Studia drugiego stopnia**
Forma studiów: **Studia stacjonarne**

Nazwa zajęć: **Ekonometria finansowa**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Zna definicję wielowymiarowego (wektorowego) procesu stochastycznego.
2. Zna pojęcie ścisłej stacjonarności i kowariancyjnej stacjonarności jednowymiarowego i wielowymiarowego szeregu czasowego.
3. Wymienia własności i funkcje charakteryzujące jedno i wielowymiarowe szeregi czasowe.
4. Zna najważniejsze wielowymiarowe modele liniowe szeregów czasowych oraz ich własności.
5. Zna definicje rzędu integracji szeregu czasowego. Zna modele ARIMA i ARFIMA i testy służące do weryfikacji rzędu integracji.
6. Zna wielowymiarowe modele zmienności typu GARCH.
7. Zna definicję procesu Wienera, całki stochastycznej Ito oraz procesów Ito. Posiada podstawową wiedzę o modelach procesów stochastycznych z czasem ciągłym, wykorzystywanych w zastosowaniach finansowych.

w zakresie umiejętności:
1. Potrafi przeprowadzić testy stacjonarności i innych własności finansowych szeregów czasowych w przynajmniej jednym specjalistycznym pakiecie.
2. Potrafi dopasować optymalny model ekonometryczny do danych finansowych i przeprowadzić testy diagnostyczne w przynajmniej jednym specjalistycznym pakiecie.
3. Potrafi wyciągnąć poprawne wnioski na podstawie przeprowadzonych obliczeń ekonometrycznych.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. Rozumie potrzebę rozwijania kompetencji i zdobywania wiedzy.
2. Zdobywa umiejętność pozyskiwania danych z finansowych baz danych oraz informacji na temat metod ekonometrycznych w internecie.

Treści programowe dla zajęć:
Proces stochastyczny i szereg czasowy. Stacjonarny szereg czasowy. Funkcja autokorelacji. Statystyczne własności szeregów dziennych zwrotów giełdowych.
Testy Boxa-Pierce'a, Ljung-Boxa i Jarquego-Berry. Modele szeregów liniowych. Własności modeli ARMA.
Estymacja modeli ARMA. Jakość dopasowania modelu. Prognozowanie za pomocą modelu ARMA.
Błądzenie przypadkowe z dryfem. Model ARIMA. Testy stacjonarności.
Wektorowy szereg czasowy. Macierz korelacji krzyżowych z opóźnieniem l. Modele autoregresji wektorowej. Estymacja modelu VAR. Prognozowanie za pomocą modelu VAR. Macierzowa funkcja odpowiedzi na impuls
Wektorowe modele średniej ruchomej. Wektorowe modele ARMA.
Kointegracja szeregów czasowych. Model korekty błędem. Skointegrowane modele VAR.
Jednowymiarowe modele zmienności typu GARCH i ich własności. Estymacja modeli ARMA-GARCH. Prognozowanie wariancji warunkowej
Wielowymiarowe modele zmienności typu GARCH. Szacowanie i prognozowanie dynamicznych kowariancji i korelacji warunkowych.
Modele procesów stochastycznych z czasem ciągłym stosowane w finansach.

Nazwa zajęć: **Historia obliczeń z elementami historii matematyki**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna główne fakty i tendencje w rozwoju matematyki.
2. zna podstawowe pojęcia związane z historią liczenia.
3. zna wybrane systemy liczbowe i metody rachunkowe.
4. zna podstawowe fakty z historii maszyn liczących oraz generacje komputerów.

w zakresie umiejętności:
1. zapisuje liczby w wybranych systemach liczbowych.
2. wykonuje obliczenia metodami historycznymi, korzystając m. in. z pomocy obliczeniowych (abaków, liczydeł, pałeczek Nepera, suwaka logarytmicznego).

3. potrafi w sposób zrozumiały dla laika mówić o zagadnieniach dotyczących historii obliczeń i historii matematyki.
4. pracuje indywidualnie i w grupie wykonując zadania obliczeniowe.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotowy/a do dalszego pogłębiania wiedzy z zakresu historii matematyki, w tym do wyszukiwania informacji w literaturze.

Treści programowe dla zajęć:
Liczenie w czasach najdawniejszych (sposoby wyrażania ilości i liczenia u plemion pierwotnych). Pojęcie bazy, rodzaje systemów liczbowych. Rachunki na częściach ciała.
Matematyka w czasach najdawniejszych. Matematyka w starożytnym Egipcie, Babilonii, Grecji, Rzymie, Chinach i Indiach. Matematyka w krajach islamu. Matematyka w średniowieczu.
Matematyka nowożytna, wiek XVII, XVIII i XIX.
Historyczne sposoby zapisu liczb i metody rachunkowe wykorzystywane w różnych kulturach. Egipski sposób zapisywania liczb. Numeracja babilońska, zapisywanie liczb w systemie babilońskim oraz ich odczytywanie. Systemy liczbowe oraz sposoby zapisu liczb u Inków, Azteków i Majów (w tym „liczby na sznurkach"). Systemy liczbowe starożytnej Grecji i Rzymu (różnych epok), systemy zapisu liczb oraz metody rachunkowe pochodzące ze starożytnych i średniowiecznych Chin.
Historia wykorzystywanego współcześnie "arabskiego" sposobu zapisu liczb. Hinduski i arabski system liczenia, ewolucja cyfr arabskich, wybrane metody rachunkowe (rachunki „na piasku"). Wprowadzenie cyfr arabskich do Europy. Liczenie w średniowiecznej Europie, w tym abaki średniowieczne i liczby na palcach.
Obliczenia za pomocą historycznych urządzeń ułatwiających liczenie. Liczenie na abakach babilońskich i kalkulach. Liczenia na abakach greckich i rzymskich. Zasady obliczeń na liczydłach: rosyjskich, chińskich, japońskich. Rachunki na chińskich szachownicach do liczenia. Inne „urządzania" ułatwiające liczenie, w tym kości Nepera i suwaki logarytmiczne.
Pierwsze maszyny liczące XVII wieku (maszyna Schicarda, Pascalina, maszyna Leibniza), pokaz i opis metod działania. Pierwsze polskie maszyny liczące. Ewolucja maszyn liczących. Przegląd generacji komputerów.

Nazwa zajęć: **Historia i filozofia matematyki**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawowe pojęcia i problemy filozofii.
2. zna główne koncepcje w zakresie filozofii matematyki.
3. zna główne fakty z historii oraz tendencje w rozwoju matematyki.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi z zrozumiały sposób zrozumiały mówić o faktach z historii matematyki.
2. potrafi dyskutować na tematy związane z historią i filozofią matematyki.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do formułowania opinii na tematy (również filozoficzne) związane z matematyką.

Treści programowe dla zajęć:
Wprowadzenie ogólne do filozofii. Pojęcie filozofii, filozofia a nauki szczegółowe, funkcje filozofii, działy filozofii.
Ontologia. Podstawowe problemy i stanowiska w ontologii.
Epistemologia. Podstawowe zagadnienia i koncepcje epistemologiczne.
Poprzednicy współczesnych stanowisk. Koncepcje: Platona, Arystotelesa, Euklidesa, Proklosa, Mikołaja z Kuzy, Kartezjusza, Pascala, Leibniza, Kanta, Bolzana, Milla, Dedekinda, Cantora i Poincarego.
Współczesne stanowiska w filozofii matematyki. Logicyzm, intuicjonizm, formalizm.
Matematyka w starożytności i matematyka średniowieczna. Czasy najdawniejsze. Matematyka w starożytnym Egipcie, Babilonii, Grecji, Rzymie, Chinach i Indiach. Matematyka w krajach islamu. Matematyka w średniowieczu.
Matematyka nowożytna. Matematyka wieku XVII, XVIII i XIX.

Nazwa zajęć: **Metody stochastyczne matematyki finansowej**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna definicje instrumentów finansowych, ich rodzaje oraz różnice pomiędzy nimi.
2. rozumie powód stosowania metod stochastycznych w omawianych zagadnieniach.
3. zna metody wyceny i oceny ryzyka instrumentów finansowych.

4. zna metody konstrukcji portfela inwestycyjnego.
5. zna metody oceny opłacalności projektów inwestycyjnych.
6. zna metody wyceny nieruchomości i rozumie specyfikę tego rynku.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi przełożyć problem wyceny i oceny ryzyka waloru finansowego na język procesu stochastycznego i zaproponować odpowiedni model.
2. potrafi skonstruować portfel inwestycyjny w oparciu o zdobytą wiedzę.
3. potrafi ocenić opłacalność projektu inwestycyjnego.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. rozumie sens poszerzania wiedzy z przedmiotu.
2. rozumie etyczne aspekty inwestowania na rynku finansowym i poza nim.

Treści programowe dla zajęć:

Wycena i rentowność obligacji. Krzywa dochodowości. Rentowność obligacji. Stopa procentowa spot i forward.
Miary: duration, effective duration, convexity. Wycena obligacji na podstawie powyższych miar. Strategia immunuzacji i dopasowania.
Wycena instrumentów pochodnych stóp procentowych i strategie z nimi związane.
Wycena i pomiar ryzyka akcji.
Portfel walorów. Teoria Markowitza. CAPM jako model wyceny aktywów kapitałowych. Portfele dopuszczalne i optymalne.
Analiza inwestycji w przedsiębiorstwo, koszt kapitału przedsiębiorstwa. Analiza i ryzyko projektów inwestycyjnych.
Analiza inwestycji w nieruchomości. Instrumenty finansowe rynku nieruchomości. Analiza ryzyka inwestycji na rynku nieruchomości.

Nazwa zajęć: **Wprowadzenie do baz danych**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. Rozumie istotę pojęcia bazy danych; zna podstawowe cechy i zadania systemu zarządzania bazą danych; ma świadomość różnych modeli baz danych, potrafi dobrać odpowiednie rozwiązanie do rzeczywistego problemu.
2. Zna zasady prawidłowego projektowania relacyjnej bazy danych i systemu bazodanowego.
3. Rozumie potrzebę normalizacji schematu, nakładania ograniczeń integralnościowych.
4. Zna fizyczne ograniczenia związane z zapisem danych, zna sposoby optymalizowania szybkości pobierania danych z bazy.
5. Zna pojęcie i własności transakcji w bazie danych, rozumie trudności wynikające ze współbieżnego wykonywania transakcji i potrafi zastosować odpowiednie poziomy izolacji transakcji.
6. Zna problemy związane z przetwarzaniem dużej liczby danych, zna pojęcie nierelacyjnej bazy danych, potrafi wskazać różnice między relacyjnym i nierelacyjnym modelem bazy danych.

w zakresie umiejętności:

1. Wykonuje podstawowe operacje na bazie danych z wykorzystaniem języka SQL.
2. Potrafi zaprojektować i zaimplementować prosty system bazodanowy.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. Potrafi zanalizować potrzeby użytkowników i przedstawić prawidłowy model danych realizujący zgłoszone potrzeby.

Treści programowe dla zajęć:

Modele zapisu bazy danych (Flat File, BDAM, ISAM, modele baz danych (hierarchiczny, sieciowy, relacyjny, obiektowy).
Relacje dwuargumentowe i wieloargumentowe, algebra relacji, operacje mnogościowe i relacyjne, atrybut, krotka, klucz relacji, implementacja relacji w postaci tabeli dwuwymiarowej.
Projektowanie relacyjnych baz danych: anomalie, funkcyjna zależność atrybutów, postacie normalne, model ER, encja, atrybut, związek, przykłady notacji, diagramy ERD.
Język SQL: podzbiory DDL, DML i DCL, typy danych, złączenia tabel, aliasy, ograniczenia (constraints), type TIMESTAMP, UNIQUEIDENTIFIER, podzapytania; skrypty SQL: zmienne, instrukcje warunkowe, pętle, widoki, procedury, funkcje.
Fizyczna struktura zapisu danych w bazie relacyjnej MSSQL: strony, zakresy, wielkość strony, podział stron, typy variable zmiennych, unicode, indeksy klastrowane i nieklastrowane.
Własności ACID transakcji, anomalie, poziomy izolacji, operacje niekonfliktowe i konfliktowe, algorytm blokowania dwufazowego.

Bazy rozproszone, partycjonowanie, problemy odczytu i zapisu danych, twierdzenie Brewera, bazy szerokokolumnowe, bazy dokumentowe, BASE, model map-reduce.
Elementy języka DML: tworzenie zapytań pobierających dane z bazy, funkcje kolumnowe i wierszowe, grupowanie danych.
Elementy języka DML: złączenia tabel (wewnętrzne, zewnętrzne), podzapytania.
Elementy języka DDL: tworzenie tabel, widoków, procedur i funkcji, tworzenie wyzwalaczy.
Zaprojektowanie i utworzenie własnej relacyjnej bazy danych, wypełnienie bazy danymi, utworzenie widoków i procedur na bazie.

Nazwa zajęć: **Wielowymiarowa statystyka matematyczna**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna własności wielowymiarowych rozkładów statystycznych.
2. zna i rozumie zasady konstrukcji testów statystycznych.

w zakresie umiejętności:
1. Potrafi wyestymować nieznane parametry w rozkładzie normalnym metodą punktową i przedziałową.
2. Potrafi zastosować nowoczesne metody statystyki wielowymiarowej w praktyce do danych badawczych z różnych dziedzin nauki.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów do wykonania statystycznej analizy danych wielowymiarowych zebranych w różnych dziedzinach nauki.

Treści programowe dla zajęć:
Własności wielowymiarowego rozkładu normalnego i innych wielowymiarowych rozkładów stosowanych w statystyce.
Estymacja punktowa i przedziałowa parametrów wielowymiarowych rozkładów statystycznych.
Testy statystyczne hipotez dotyczących parametrów wielowymiarowego rozkładu normalnego.
Nowoczesne metody wielowymiarowej statystyki matematycznej: MANOVA, analiza korelacji kanonicznych, analiza czynnikowa, analiza klasyfikacji i dyskryminacji, analiza skupień.

Nazwa zajęć: **Wybrane zagadnienia z zastosowań matematyki**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawy tworzenia modeli matematycznych różnych zjawisk rzeczywistych.
2. zna i rozumie podstawy teorii stabilności.
3. zna podstawy teorii równań różniczkowych z opóźnieniem.
4. wie, jak powstawały modele matematyczne w wybranych dziedzinach z uwzględnieniem wpływu na ich rozwój zastosowań nowych wyników matematycznych.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi rozpoznać i poprawnie opisać treści w modelu matematycznym realnych zjawisk i procesów.
2. umie właściwie dobierać aparat matematyczny do opisu zjawisk i dostosowywać poziom opisu do odbiorcy.
3. potrafi wskazać zastosowanie matematyki w różnych dziedzinach życia.
4. potrafi korzystać ze źródeł internetowych oraz z literatury przedmiotowej dotyczącej zastosowań matematyki.
5. potrafi stosować różne narzędzia matematyczne niezbędne do badań stabilności układów.
6. umie wskazać różnice pomiędzy modelami matematycznymi opartymi o równania różniczkowe zwyczajne i z opóźnieniem.
7. umie wskazać i omówić wobec słuchaczy model matematyczny wybranego przez siebie zastosowania matematyki w życiu.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów do analizy wybranych modeli pod kątem doboru aparatu matematycznego do poziomu wiedzy matematycznej i zainteresowań słuchaczy.

Treści programowe dla zajęć:
Modele matematyczne zjawisk rzeczywistych. Tworzenie modeli i ich relacja do opisu zjawisk rzeczywistych. Dopasowywanie aparatu matematycznego do danej dziedziny wiedzy.
Stosowanie modeli dostosowanych do pojęć używanych w opisie zjawisk rzeczywistych. Dostosowywanie do aparatu pojęciowego danej nauki (m.in. ekonomia, informatyka, chemia, biologia).
Przegląd wybranych modeli w szerokim zakresie nauk – od ścisłych po społeczne. Dostosowywanie matematycznego opisu zjawisk do poziomu wiedzy matematycznej odbiorcy.

Wprowadzenie w podstawy teorii stabilności dla równań różniczkowych i jej zastosowań. Wprowadzenie w jakościową teorię równań różniczkowych. Przykłady zastosowań w biologii i medycynie.
Podstawy teorii równań różniczkowych z opóźnieniem. Wybrane zastosowania w biologii, ekonomii oraz elektrotechnice.
Wybrane analityczne metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych (w tym z opóźnieniem) i metody operatorowe - z doborem metod w zależności od dziedziny zastosowań.
Przegląd modeli matematycznych w różnych dziedzinach wiedzy. Zwracanie uwagi na korzyści płynące z zastosowania matematyki w różnych dziedzinach życia.
Omawianie baz danych i wiedzy z różnych dziedzin – wspomagających tworzenie modeli matematycznych i poszukiwanie inspiracji do rozwijania zainteresowań matematycznych i zapoznawania się z nowymi działami matematyki.

Nazwa zajęć: **Analiza harmoniczna**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Zna przestrzenie funkcji całkowalnych z p-tą potęgą i ich podstawowe własności w tym zupełność i dualność. Wie co to są operatory silnego i słabego typu. Rozumie twierdzenia interpolacyjne Riesza i Marcinkiewicza.
2. Zna definicję transformacji Fouriera i splotu funkcji całkowalnych oraz ich podstawowe własności w tym związek miedzy tymi pojęciami. Zna i rozumie lemat Riemanna-Lebesgue'a. Rozumie co to jest aproksymacyjna jedność i regularyzacja oraz jakie jest ich znaczenie dla metod aproksymacyjnych dowodzeniu twierdzeń analizy harmonicznej.
3. Zna i rozumie definicje przestrzeni Schwartza funkcji szybko malejących i dystrybucji temperowanych. Zna podstawowe operacje na tych dystrybucjach. Wie jak działa transformacja transformacja Fouriera w tych przestrzeniach. Zna formułę inwersji dla transformaty Fouriera. Wie i rozumie jak transformacja Fouriera działa w przestrzeniach funkcji całkowalnych z p-tą potęgą. Zna i rozumie twierdzenie Plancherela oraz nierówności Hausdorfa-Younga dla splotu oraz nierówność Hausdorfa dla transformacji Fouriera. .
4. Zna pojęcie funkcji maksymalnych. Rozumie ich związek ze zbieżnością prawie wszędzie. Zna twierdzenie Hardy'ego-Littlewooda i twierdzenie Lebesgue'a o różniczkowaniu.
5. Zna pojęcie transformacji Hilberta oraz jej własności. Rozumie twierdzenia Kołmogorowa i Riesza o tej transformacje. Zna pojęcie mnożników Fouriera i podstawowe własności tych mnożników. Rozumie twierdzenie mnożnikowe Hoermandera i Feffermana. Rozumie znaczenie twierdzeń mnożnikowych dla rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych.
6. Wie co to jest singularny operator całkowy i zna podstawowe twierdzenia dotyczące ograniczoności tych operatorów.

w zakresie umiejętności:
1. Umie wykorzystywać pojęcia zupełności i dualności do rozwiązywania standardowych problemów analizy. Umie sprawdzać czy wybrane operatory są silnego i słabego typu.
2. Umie wyznaczyć transformatę Fouriera wybranych funkcji całkowalnych. Umie splatać funkcje całkowalne
3. Potrafi dokonywać operacji na funkcjach szybko malejących i dystrybucjach temperowanych w tym wyznaczać transformacje Fouriera wybranych funkcji i dystrybucji, a także różniczkować dystrybucje. Umie dowodzić nierówności wykorzystując własności splotu, twierdzenie Plancherela i nierówności Hausdorfa-Younga.
4. Umie wyznaczyć funkcję maksymalną wybranych funkcji. Potrafi wykazać ograniczoność innych funkcji maksymalnych korzystając z Twierdzenia Hardy'ego-Littlewooda.
5. Potrafi sprawdzać czy wybrane funkcje są mnożnikami Fouriera, posługując się m.in. twierdzeniami Kołmogorowa, Riesza i Hoermandera.
6. Potrafi sprawdzić ograniczoność wybranych operatorów singularnych.

Treści programowe dla zajęć:
1. Przestrzenie funkcji p-całkowalnych $1\le p \le \infty$ na przestrzeni euklidesowej n-wymiarowej.
2. Zupełność i dualność tych przestrzeni.
3. Operatory liniowe silnego i słabego typu.
4. Twierdzenie interpolacyjne Riesza
5. Twierdzenie interpolacyjne Marcinkiewicza.

1. Definicja transformacji Fouriera funkcji całkowalnych
2. Definicja splotu funkcji całkowalnych, aproksymacyjna jedność.

3. Regularyzacja i aproksymacja funkcjami ciągłymi i gładkimi.
4. Lemat Riemanna-Lebesgue'a.
1. Przestrzeń Schwartza funkcji szybko malejących jej własności
2. Działanie transformacji Fouriera w przestrzeni Schwartza. Twierdzenie o izomorficznosci.
3. Definicja dystrybucji temperowanych i trnasformaty Fouriera tych dystrybucji.
4. Twierdzenie Plancherela
5. Nierówność Hausdorfa dla transformacji Fouriera i Hausdorfa-Younga dla splotu.
6. Równanie przewodnictwa cieplnego i jego rozwiązanie.
1. Splotowa definicja funkcji maksymalnych i ich związek ze zbieżnością prawie wszędzie.
2. Funkcja maksymalna Hardy'ego-Littlewooda i diadyczna funkcja maksymalna.
3. Twierdzenie Hardy'ego-Littlewooda i rozkład Calderona-Zygmunda.
4. Twierdzenie Lebesgue'a o różniczkowaniu.
1. Funkcje harmoniczne na górnej półpłaszczyżnie i transformacja Hilberta.
2. Twierdzenie Kołmogorowa
3. Twierdzenei Riesza
4. Definicja mnożników Fouriera i ich podstawowe własności.
5. Przestrzenie Sobolewa i twierdzenie mnożnikowe Hoermandera
6. Funkcje charakterystyczne jako mnożniki Fouriera i twierdzenie mnożnikowe Feffermana.
1. Definicja i przykłady singularnych operatorów całkowych.
2. Dowodzenie ograniczoności metodą obrotów.

Nazwa zajęć: **Teoria grafów II**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawowe twierdzenia i metody teorii grafów
w zakresie umiejętności:
1. potrafi rozwiązywać zadania z teorii grafów oraz jest w stanie zrozumieć dowody twierdzeń
w zakresie kompetencji społecznych:
1. potrafi rozumować logicznie, uogólniać i konkretyzować abstrakcyjne pojęcia
Treści programowe dla zajęć:
Skojarzenia w grafach i pokrycia ścieżkowe
Kolorowanie grafów
Cykle Hamiltona w grafach
Lemat Szemerediego o regularności grafów

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie z matematyki 1**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna wybrane zagadnienia w przynajmniej jednym dziale matematyki w stopniu zaawansowanym.
2. zna i rozumie znaczenie uczciwości intelektualnej i zasady etyczne przestrzegane w nauce i badaniach naukowych.
w zakresie umiejętności:
1. potrafi pogłębiać i zdobywać wiedzę z zakresu wybranego działu matematyki.
2. potrafi analizować i krytycznie czytać literaturę matematyczną.
3. potrafi współpracować z matematykami oraz studentami matematyki, pracując nad zagadnieniami związanymi z planowaną tematyką pracy magisterskiej.
w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do pogłębiania wiedzy z wybranego działu matematyki.
2. jest gotów/gotowa do przedstawiania wyników własnej pracy z uwzględnieniem wkładu osób trzecich.
Treści programowe dla zajęć:
Wybrane zagadnienia z preferowanego działu matematyki.

Nazwa zajęć: **Współczesna analiza i jej zastosowania**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Zna twierdzenie Baire'a o kategoriach.
2. Zna zasadę jednostajnej ograniczoności operatorów liniowych i wie jakie ma ona znaczenie dla ciągłości punktowych granic takich ciągów.
3. Zna twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości oraz jego zastosowania.
4. Zna kryteria zbieżności szeregów Fouriera.

5. Zna warunki konieczne zbieżności szeregów trygonometrycznych. Zna słynny przykład szeregu Steinhausa o wyrazach z c_0 rozbieżnego w dowolnym punkcie.
6. Zna abstrakcyjne metody interpolacji (metoda orbit i co-orbit, rzeczywiste metody oraz metodę zespoloną Calderóna).

w zakresie umiejętności:

1. Potrafi stosować twierdzenie Baire'a w teorii przestrzeni metrycznych, Banacha, teorii funkcji oraz teorii operatorów.
2. Potrafi stosować zasadę jednostajnej ograniczoności operatorów liniowych. Umie podać zastosowanie klasycznego twierdzenia Osgoda dla funkcji.
3. Potrafi zastosować twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości do teorii szeregów Fouriera. W szczególności potrafi podać dowód twierdzenia Du Bois Reymonda stosując Banacha-Steinhausa.
4. Potrafi stosować kryteria Diniego, Dirichleta-Jordana do badania zbieżności punktowej oraz jednostajnej szeregów Fouriera.
5. Zna kluczowe definicje z teorii interpolacji operatorów. Zna abstrakcyjne konstrukcje funktorów interpolacyjnych, orbit i co-orbit oraz metodę rzeczywistą interpolacji. Zna dowody kluczowych twierdzeń z teorii funkcji analitycznych o wartościach w przestrzeniach Banacha oraz ich zastosowanie do konstrukcji metody zespolonej Calderóna. Zna zastosowanie metody Calderóna w dowodzie słynnego twierdzenia Thorina o interpolacji operatorów między przestrzeniami L_p.

Treści programowe dla zajęć:

Twierdzenie Baire'a o kategoriach i jego zastosowania.
Twierdzenie o zagąszczaniu osobliwości i jego zastosowanie.
Klasyczne kryteria zbieżności szeregów trygonometrycznych. Dowody kryterium Diniego oraz Dirichleta-Jordana.
Absolutna zbieżność szeregów trygonometrycznych.
Sumowalność szeregów Fouriera w sensie Cesàro. Twierdzenie Fejera o zbieżności jednostajnej oraz twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności prawie wszędzie.
Wybrane zagadnienia z teorii interpolacji operatorów. Metoda rzeczywista interpolacji, metoda zespolona Calderóna. Twierdzenie Riesza-Thorina o interpolacji operatorów między przestrzeniami L_p.

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie z matematyki finansowej i aktuarialnej 1**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. zna wybrane zagadnienia z matematyki finansowej i aktuarialnej w stopniu zaawansowanym.
2. zna i rozumie znaczenie uczciwości intelektualnej i zasady etyczne przestrzegane w nauce i badaniach naukowych.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi pogłębiać i zdobywać wiedzę z zakresu wybranego działu matematyki finansowej i aktuarialnej.
2. potrafi analizować i krytycznie czytać literaturę matematyczną i specjalistyczną.
3. potrafi współpracować z matematykami oraz studentami matematyki, pracując nad zagadnieniami związanymi z planowaną tematyką pracy magisterskiej.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotów/gotowa do pogłębiania wiedzy z wybranego działu matematyki finansowej i aktuarialnej.
2. jest gotów/gotowa do przedstawiania wyników własnej pracy z uwzględnieniem wkładu osób trzecich.

Treści programowe dla zajęć:

Wybrane zagadnienia z preferowanego działu matematyki finansowej i aktuarialnej.

Nazwa zajęć: **Transformata Laplace'a i jej zastosowania**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. Zna podstawowe narzędzia i wyniki teorii całki Bochnera
2. Zna własności całki Laplace'a funkcji lokalnie całkowalnych w sensie Bochnera, twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności, formuły odwrotne Posta-Widdera, operatorowe własności całki Laplace'a.
3. Rozumie znaczenie geometrycznych własności przestrzeni Banacha (typ Fouriera, ograniczoność transformaty Hilberta, twierdzenie Kwapienia) przy tworzeniu wektorowych odpowiedników klasycznych twierdzeń analizy matematycznej
4. Zna powiązanie teorii transformaty Laplace'a z problematyką teorii równań różniczkowych cząstkowych

5. Zna podstawy teorii półgrup operatorowych oraz jej związek z zagadnieniami Cauchy'ego pierwszego i drugiego rzędu (twierdzenia o generowaniu, charakteryzacja rozwiązywalności takich problemów).
6. Zna i rozumie główne wyniki teorii stabilności półgrup operatorowych oraz ich znaczenie w badaniu energii stowarzyszonych układów hiperbolicznych.

w zakresie umiejętności:
1. Potrafi posługiwać się podstawowymi narzędziami i wynikami teorii całki Bochnera oraz teorii transformaty Laplace'a.
2. Potrafi posługiwać się podstawowymi narzędziami teorii operatorów, analizy funkcjonalnej, teorii przestrzeni Hilberta i teorii transformaty Laplace'a w badaniu problematyki zagadnień Cauchy'ego pierwszego rzędu.
3. Potrafi przeformułować wybrane zagadnienia fizyki matematycznej do postaci abstrakcyjnych problemów Cauchy'ego, a następnie stosować poznane techniki i narzędzia do badania regularności oraz asymptotycznego zachowania ich rozwiązań.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. Stosuje metodologię badań abstrakcyjnych problemów Cauchy'ego opartą na technikach teorii półgrup operatorowych i transformaty Laplace'a do analizy wybranych zagadnień z równań różniczkowych cząstkowych.

Treści programowe dla zajęć:
Podstawy teorii całki Bochnera-Lebesgue'a funkcji zmiennej rzeczywistej o wartościach w przestrzeniach Banacha (podstawowe własności całki Bochnera, odpowiedniki klasycznych twierdzeń teorii całki Lebasgue'a, twierdzenie Pettisa).
Własności całki Laplace'a funkcji lokalnie całkowalnych w sensie Bochnera, twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności, formuły odwrotne typu Posta-Widdera, własności operatorowe całki Laplace'a.
Transformata Fouriera funkcji wektorowych, twierdzenie Plancherela oraz twierdzenie Paleya-Wienera dla funkcji o wartościach w przestrzeniach Hilberta i ich powiązanie z transformatą Laplace'a, znaczenie własności geometrycznych przestrzeni Banacha (typ Fouriera, ograniczoność transformaty Hilberta, twierdzenie Kwapienia).
Warunki wystarczające dla funkcji całkowalnych w sensie Bochnera na przedstawienie w postaci całki Laplace'a, warunki rzeczywiste typu Widdera, warunki zespolone dla funkcji holomorficznych (twierdzenia tauberowskie), twierdzenia charakteryzujące transformowalność w sensie Laplace'a.
Wprowadzenie do teorii półgrup operatorowych i jej powiązań z abstrakcyjnymi problemu Cauchy'ego pierwszego i drugiego rzędu; charakteryzacja rozwiązywalności w terminach transformaty Laplace'a, twierdzenie Hillego-Yoisidy, generatory półgrup holomorficznych, twierdzenie da Prata-Sinestrari dla niejednorodnych problemów Cauchy'ego.
Teoria stabilności półgrup operatorowych (zarys teorii, omówienie twierdzenia Boricheva-Tomilova i jego późniejszych wariantów, przedstawienie powiązania z elementy teorii tauberowskiej dla transformaty Laplace'a.
Ilustracja materiału teoretycznego przykładami wywodzącymi się z równań różniczkowych cząstkowych (równanie falowe z tłumieniem, równanie ciepła, półgrupa gaussowska, półgrupa Poissona).

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie ze statystyki i analizy danych 1**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna wybrane zagadnienia ze statystyki i analizy danych w stopniu zaawansowanym.
2. zna i rozumie znaczenie uczciwości intelektualnej i zasady etyczne przestrzegane w nauce i badaniach naukowych.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi pogłębiać i zdobywać wiedzę z zakresu wybranego działu z statystyki i analizy danych.
2. potrafi analizować i krytycznie czytać literaturę matematyczną i specjalistyczną.
3. potrafi współpracować z matematykami oraz studentami matematyki, pracując nad zagadnieniami związanymi z planowaną tematyką pracy magisterskiej.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do pogłębiania wiedzy z wybranego działu statystyki i analizy danych.
2. jest gotów/gotowa do przedstawiania wyników własnej pracy z uwzględnieniem wkładu osób trzecich.

Treści programowe dla zajęć:
Wybrane zagadnienia z preferowanego działu statystyki i analizy danych.

Nazwa zajęć: **Analiza macierzowa**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:
1. zna własności macierzy istotne z punktu widzenia danych zastosowań.
2. zna podstawowe wyniki teorii Perrona-Frobeniusa.
3. zna wybrane klasy macierzy istotne w zastosowaniach.
4. zna podstawowe typy równań macierzowych i metody ich rozwiązywania.
5. zna rozkład SVD danej macierzy i jego wybrane zastosowania.
6. zna metody badania odporności wybranych własności macierzy na pewne zaburzenia jej elementów.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi z postaci macierzy odczytać informację istotną w wybranych zastosowaniach.
2. umie szacować promień spektralny macierzy i lokalizować wartości własne macierzy.
3. umie zidentyfikować macierz z wybranej klasy i zna jej pewne zastosowania.
4. rozwiązuje wybrane typy równań macierzowych.
5. potrafi dokonać rozkładu SVD oraz zinterpretować informację w nim zawartą.
6. potrafi zweryfikować nieosobliwość i stabilność wypukłych zbiorów macierzy nieosobliwych i stabilnych.

Treści programowe dla zajęć:
Kanoniczna postać Jordana.
Funkcje macierzowe.
Macierze o elementach nieujemnych.
M-macierze, P-macierze, macierze stabilne.
Odporność wybranych własności macierzy.
Iloczyn Kroneckera macierzy, iloczyn Hadamarda macierzy, częściowe porządki w zbiorach macierzy, liniowe równania macierzowe.
Rozkład SVD, uogólnione odwrotności macierzy, macierz odwrotna Drazina.
Wybrane zagadnienia sterowalności i obserwowalności układów liniowych.

Nazwa zajęć: **Wybrane zagadnienia matematyki aktuarialnej**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawowe zasady funkcjonowania towarzystw ubezpieczeniowych w Polsce oraz oferowane przez nich produkty,
2. zna główne zasady (reguły) wyznaczania składki ubezpieczeniowej oraz ich własności,
3. zna zagadnienie podziału ryzyka oraz podstawowe pojęcia matematyczne z tym podziałem związane,
4. zna zasadę wyznaczania składki i rezerwy brutto dla podstawowych modeli ubezpieczeń (głównie życiowych), rozumie pojęcia wypłacalności portfela i marginesu wypłacalności oraz ich prawne uregulowania w Polsce,
5. zna zasady wyznaczania składek w ubezpieczeniu życiowym dwóch lub więcej osób.

w zakresie umiejętności:
1. umie wyliczyć dla prostych modeli składki wyznaczane według określonych zasad (reguł),
2. umie wyliczyć składkę przy zastosowaniu podziału ryzyka oraz zastosować w tym przypadku funkcję użyteczności,
3. umie zastosować funkcję użyteczności dla badania zachowań klienta mającego awersję do ryzyka,
4. umie wyliczyć składkę i rezerwę brutto dla podstawowych modeli ubezpieczeń (głównie życiowych),
5. umie wyliczyć składkę w ubezpieczeniu życiowym dwóch lub więcej osób.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa ocenić rynek ubezpieczeniowy od strony matematycznej konstrukcji produktów ubezpieczeniowych.

Treści programowe dla zajęć:
Zasady działania towarzystw ubezpieczeniowych w Polsce i podstawowe ubezpieczenia przez nie oferowane.
Podstawowe zasady (reguły) wyznaczania składki ubezpieczeniowej oraz ich własności.
Zagadnienie podziału ryzyka, rola funkcji użyteczności w tym zagadnieniu.
Badanie zachowań klientów mających skłonność do ryzyka za pomocą funkcji użyteczności.
Składki i rezerwy brutto (głównie w ubezpieczeniach życiowych), wypłacalność portfela i margines wypłacalności.
Ubezpieczenie dwóch lub więcej osób, podstawowe statusy symetryczne i niesymetryczne, składki przykładowych umów.

Nazwa zajęć: **Teoria liczb ze wstępem do analitycznej teorii liczb**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Rozumie pojęcie oszacowania górnego, dolnego oraz formuły asymptotycznej (człon główny, człon resztowy). Zna symbolikę Landaua.
2. Zna podstawowe własności szeregów Dirichleta.
3. Zna pojęcie funkcji dzeta Riemanna oraz jej podstawowe własności (przedłużenie analityczne, równanie funkcyjne, rząd wzrostu). Zna podstawowe własności nietrywialnych zer funkcji dzeta Riemanna i rozumie ich znaczenie dla problemu rozmieszczenia liczb pierwszych. Zna Hipotezę Riemanna i jej podstawowe konsekwencje. Zna pojęcie funkcji L Dirichleta, ich podstawowe własności analityczne oraz zastosowania w badaniach arytmetycznych.
4. Zna podstawowe własności transformacji Mellina i jej efektywnej wersji (formuła Perrona).
5. Zna Twierdzenie o Liczbach Pierwszych i jego niektóre konsekwencje. Zna najprostsze oszacowania gęstości nietrywialnych zer w prawej połowie pasa krytycznego i rozumie ich znaczenie dla zagadnienia szacowania różnic między kolejnymi liczbami pierwszymi. Zna Hipotezę Gęstościową i jej podstawowe konsekwencje. Zna Twierdzenie Dirichleta o liczbach pierwszych w postępach arytmetycznych. Zna Twierdzenie Siegela o zerach rzeczywistych funkcji L i rozumie jego znacznie dla problemu rozmieszczenia liczb pierwszych w postępach arytmetycznych oraz arytmetyki ciał kwadratowych. Zna zasadnicze idee związane z metodą kołową Hardy'ego-Littlewooda (na przykładzie hipotezy Goldbacha).
6. Zna zasadnicze własności charakterów grup skończonych oraz charakterów Dirichleta. Rozumie istotę pojęcia charakteru pierwotnego.

w zakresie umiejętności:
1. Umie porównywać rzędy wzrostu (malenia) funkcji. Potrafi badać asymptotyczne zachowanie funkcji liczących podzbiorów liczb naturalnych .
2. Potrafi wyjaśnić znaczenie metod analitycznych w badaniach arytmetycznych.

Treści programowe dla zajęć:
Definicja i zasadnicze własności analityczne szeregów Dirichleta.
Własności analityczne funkcji dzeta Riemanna (przedłużenie analityczne, obszary wolne od zer).
Formuła Perrona.
Twierdzenie o Liczbach Pierwszych. Twierdzenie o gęstości zer w prawej połowie pasa krytycznego. Twierdzenie o liczbach pierwszych w ,,krótkich" przedziałach.
Zasadnicze własności charakterów Dirichleta oraz funkcji L Dirichleta. Twierdzenie Dirichleta o liczbach pierwszych w postępach arytmetycznych. Twierdzenie Siegela o zerach rzeczywistych. Twierdzenie Siegela-Walfisza. Formuła Dirichleta dla liczby klas ciała kwadratowego. Twierdzenie Winogradowa (słaba Hipoteza Goldbacha).

Nazwa zajęć: **Wybrane zagadnienia analizy nieliniowej**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna klasyczne twierdzenia o punkcie stałym np. twierdzenie Banacha, twierdzenie Schaudera oraz twierdzenie Krasnosielskiego.
2. zna alternatywę nieliniową oraz twierdzenie Leraya-Schaudera.
3. zna podstawowe miary niezwartości: Kuratowskiego oraz Hausdorffa i ich podstawowe własności.
4. zna wybrane zastosowania miar niezwartości w teorii równań różniczkowych zwyczajnych w przestrzeniach Banacha.
5. zna wybrane zastosowania miar niezwartości w teorii punktu stałego np. w twierdzeniu Darbo oraz w twierdzeniu Sadowskiego.
6. zna definicję przestrzeni metrycznej hiperwypukłej oraz jej podstawowe własności. Zna podstawowe przykłady przestrzeni metrycznych hiperwypukłych. W szczególności zna definicje metryki ,,rzeka" oraz metryki promienistej na płaszczyźnie.
7. zna wybrane twierdzenia o punkcie stałym dla odwzorowań działających w przestrzeniach metrycznych hiperwypukłych oraz w hiperwypukłych przestrzeniach Banacha.
8. zna definicję wariacji w sensie Watermana oraz podstawowe jej własności. Zna podstawowe twierdzenia dotyczące operatorów splotu oraz nieliniowych operatorów superpozycji działających w przestrzeni funkcji o ograniczonej wariacji w sensie Watermana.
9. zna wybrane twierdzenia egzystencjalne dla rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych i całkowych, należących do przestrzeni funkcji o ograniczonej wariacji w sensie Watermana.
10. zna definicję oraz podstawowe własności funkcji prawie okresowych w sensie Bohra. Zna podstawowe twierdzenia dotyczące operatorów splotu oraz nieliniowych operatorów superpozycji działających w przestrzeni takich funkcji.

11. zna podstawowe twierdzenia o wartości średniej dla funkcji prawie okresowych w sensie Bohra. Zna zastosowania tych funkcji w równaniach różniczkowych liniowych.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi stosować twierdzenia o punktach stałych w badaniu problemu istnienia rozwiązań równań różnych typów
2. potrafi operować pojęciem miary niezwartości oraz potrafi obliczać (szacować miary niezwartości pewnych zbiorów)
3. potrafi rozpoznać w prostych przypadkach, czy dana przestrzeń lub dany zbiór posiada własność hiperwypukłości
4. potrafi obliczać wariację w sensie Jordana oraz wariacje w sensie Watermana dla pewnych funkcji
5. potrafi ustalić, czy dana funkcja jest prawie okresowa w sensie Bohra

Treści programowe dla zajęć:

Klasyczne twierdzenia o punkcie stałym: twierdzenie Banacha, twierdzenie Schaudera oraz twierdzenie Krasnosielskiego.
Zasada Leray-Schaudera, alternatywa nieliniowa oraz twierdzenie Leraya-Schaudera.
Miara niezwartości Kuratowskiego oraz miara niezwartości Hausdorffa i ich podstawowe własności.
Zastosowania miar niezwartości w teorii równań różniczkowych zwyczajnych w przestrzeniach Banacha oraz w w teorii punktu stałego np. w twierdzeniu Darbo oraz w twierdzeniu Sadowskiego.
Przestrzenie metryczne hiperwypukłe oraz ich podstawowe własności. Przykłady przestrzeni metrycznych hiperwypukłych (płaszczyzna z metryką ,,rzeka" oraz metryką promienistą).
Twierdzenia o punkcie stałym dla odwzorowań działających w przestrzeniach metrycznych hiperwypukłych oraz w hiperwypukłych przestrzeniach Banacha.
Wariacja w sensie Watermana oraz podstawowe jej własności. Twierdzenia dotyczące operatorów splotu oraz nieliniowych operatorów superpozycji działających w przestrzeni funkcji o ograniczonej wariacji w sensie Watermana.
Wybrane twierdzenia egzystencjalne dla rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych i całkowych, należących do przestrzeni funkcji o ograniczonej wariacji w sensie Watermana.
Funkcje prawie okresowe w sensie Bohra oraz ich własności. Podstawowe twierdzenia dotyczące operatorów splotu oraz nieliniowych operatorów superpozycji działających w przestrzeni takich funkcji.
Wartość średnia dla funkcji prawie okresowych w sensie Bohra. Zastosowania tych funkcji w równaniach różniczkowych liniowych.

Nazwa zajęć: **Analiza danych**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. zna metody uzupełniania braków w danych.
2. zna metody wykrywania obserwacji odstających w danych.
3. zna metody kodowania danych jakościowych.
4. zna metody regresji oraz analizy przeżycia.
5. zna metody analizy szeregów czasowych.
6. zna metody klasyfikacji.
7. zna metody redukcji wymiaru.
8. zna metody analizy skupień.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi zastosować zdobyte umiejętności analizy danych do rozwiązywania praktycznych problemów.
2. potrafi zastosować poznane algorytmy w języku programowania R.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotowy/gotowa do zrozumienia potrzeby analizy danych i interpretacji uzyskanych wyników.
2. jest gotowy/gotowa do pracy indywidualnej i grupowej w zakresie realizacji projektów badawczych i społecznych opartych na analizie danych.

Treści programowe dla zajęć:

- Uzupełnianie braków w danych
- Kodowanie danych jakościowych
- Wykrywanie obserwacji odstających
- Analiza regresji
- Analiza przeżycia

Analiza szeregów czasowych
Klasyfikacja (analiza dyskryminacyjna)
Redukcja wymiaru
Analiza skupień

Nazwa zajęć: **Struktury dyskretne**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawowe twierdzenia i metody matematyki dyskretnej omawiane na zajęciach
w zakresie umiejętności:
1. potrafi rozwiązywać proste problemy z zakresu matematyki dyskretnej
Treści programowe dla zajęć:
Struktury w permutacjach (tw. Erdosa-Szekeresa i jego uogólnienia)
Ekstremalna teoria hipergrafów (tw. Halla, systemy Spernera, tw. Dilwortha, hipoteza Rysera, tw. Erdosa-Ko-Rado)
Elementy teorii Ramseya (tw. Ramseya, tw. Goodmana, liczby Ramseya, tw. Schura, tw. Van der Waerdena)

Nazwa zajęć: **Elements of Applied Mathematics**
On successful completion of this course, a student
in terms of knowledge:
1. knows basic definitions of solutions to ordinary differential equations.
2. knows basic existence and uniqueness theorems in differential equations theory.
3. knows the notions of direction fields, phase portrait (phase line) and types of equilibrium points.
4. knows some basic continuous models (as Malthusian Model, Logistic Model, Alle effects, dealyed logistic equation, Volterra-Lotka Model)
5. knows definitions of linear and nonlinear difference equations, stationary points and their stability
6. knows examples of discrete models (Model for an insect population, Model for Red Blood Cell (RBC) Production, Descrete Logistic equation)
7. knows Cauchy-Euler equidimensional equations.
8. knows the method of Frobenius.
9. nows other applications of linear differential equations and systems of linear differential equations (e.g. heating and cooling of buildings, the mass-spring oscillator, free mechanical vibrations)
in terms of skills:
1. can determine whether a given function is a solution to differential equation or whether it is a unique solution
2. can sketch direction fields, phase lines and isoclines for given equations
3. can determine equilibrium points and their stability
4. can model simple phenomena and characterize behaviour of solutions of those models in the continuous case
5. can model simple phenomena and characterize behaviour of solutions of those models in the discrete case
6. can determine ordinary and singular points of differential equations of second order with analytic coefficients
7. can solve Cauchy-Euler (equidimensional) equations
8. can solve differential equations by using power series method (Frobenius method)
Treści programowe dla zajęć:
Basic existence and uniqueness theorems in differential equations theory.
Direction fields, phase lines, types of equilibrium points.
Malthusian and continuous logistic models.
Alle effects.
Delayed logistic equation.
Volterra-Lotka model.
Definitions of linear and nonlinear difference equations, stationary points their stability
Discrete Model for an insect population
Discrete Model for Red Blood Cell (RBC) Production
Discrete Logistic equation
Equations with analytic coefficients
Cauchy-Euler equidimensional equations.
Method of Frobenius.
Heating and cooling of buildings.
The mass-spring oscillator.
Free mechanical vibrations.

Nazwa zajęć: **Introduction to Formal Analysis**
On successful completion of this course, a student
in terms of knowledge:
1. knows basic definitions and algebraic properties of formal power series.
2. knows the composition of a formal power series with a nonunit.
3. knows Right Distributive Law for composition.
4. knows the definition of the general composition of formal power series. Knows the necessary and sufficient conditions for the existence of such a composition.
5. knows the General Right Distributive Law for the composition.
6. knows the basic facts of the calculus of formal power series, in particular, the definition of the formal derivative and the Generalized Chain Rule.
7. knows applications of formal analysis to boundary convergence of regular power series.
8. knows the way of defining of the topology on the space of formal power series.
9. knows the definition of formal Laurent series and their basic algebraic properties.
10. knows the definition of the composition of formal Laurent series and formal power series and the conditions for the existence such a composition.
11. knows the way of defining of the topology on the space of formal Laurent series.

in terms of skills:
1. can find the product of formal power series.
2. can determine the existence the composition of given formal power series.
3. can find the formal derivative of formal power series, in particular, applying the Generalized Chain Rule.
4. can apply formal analysis to examination of boundary convergence of regular power series.
5. can apply fixed point theorems to mappings defined on the space of formal power series.
6. can find the product of formal Laurent series.
7. can determine the existence the composition of given formal power series and formal Laurent series.
8. can apply fixed point theorems to mappings defined on the space of formal Laurent series.

Treści programowe dla zajęć:
Definitions and algebraic properties of formal power series.
The composition of a formal power series with a nonunit.
Right Distributive Law for composition.
General composition of formal power series.
General Right Distributive Law for composition.
Calculus of formal power series.
The Generalized Chain Rule.
Boundary convergence of regular power series.
Topology on the space of formal power series.
Basic algebra of formal Laurent series.
Composition of formal Laurent series and formal power series.
Topology on the space of formal Laurent series.

Nazwa zajęć: **Economic Modelling and Control Theory**
On successful completion of this course, a student
in terms of knowledge:
1. understands mechanism of macroeconomic systems
2. understands basic notions of control theory in the context of macroeconomic modelling

Treści programowe dla zajęć:
IS-LM Model (Static Keynesian macroecomic model)
Control theory in the context of macroeconomic theory

Nazwa zajęć: **Logic and Computation**
On successful completion of this course, a student
in terms of knowledge:
1. Students understand basic notions and results of the theory of computablity and their applications in showing the undecidability of different problems.
2. Students know different systems of automated theorem proving: sequent systems, tableau systems, proving by resolution, linear resolution and the foundations of logic programming.
3. Students know different constructions of models of formal systems.

in terms of skills:
1. Students are able to write formal proofs in different systems.

2. Students are able to apply algorithms of proof search for different systems of automated theorem proving.
3. Students are able to run different versions of the algorithm of unification.
4. Students can build simple programs in Prolog.

in terms of social competences:
1. Students see some applications of logic programming in computational linguistics and knowledge representation.

Treści programowe dla zajęć:
Recursive functions and relations.
Register machine and encoding of programs.
The Church thesis and unsolvable problems.
The parameter theorem, the Rice theorem and the recursion theorem.
Recursively enumerable relations.
Classical propositional logic and a Hilbert-style system.
Classical propositional logic: sequent systems, tableau systems and resolution proofs.
First order logic: models and a Hilbert-style system.
First-order logic: the Herbrand theorem and its applications in automated theorem proving.
Unification.
Definite programs: declarative semantics, linear resolution, the completeness theorem.
The computational completeness of definite programs.

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie z matematyki 3**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna specjalistyczne zagadnienia związane z przygotowywaną przez siebie pracą magisterską.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi zredagować pracę magisterską.
2. potrafi przedstawić w zwięzłej formie tematykę pracy magisterskiej oraz najważniejsze jej wyniki.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do krytycznej dyskusji i obrony przyjętej przez koncepcji pracy magisterskiej, doboru treści i źródeł, .

Treści programowe dla zajęć:
Treści ustalane są w porozumieniu ze studentem w zależności od zainteresowań i potrzeb grupy biorącej udział w seminarium.

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie z matematyki finansowej i aktuarialnej 3**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna specjalistyczne zagadnienia związane z przygotowywaną przez siebie pracą magisterską.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi zredagować pracę magisterską.
2. potrafi przedstawić w zwięzłej formie tematykę pracy magisterskiej oraz najważniejsze jej wyniki.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do krytycznej dyskusji i obrony przyjętej przez koncepcji pracy magisterskiej, doboru treści i źródeł, .

Treści programowe dla zajęć:
Treści ustalane są w porozumieniu ze studentem w zależności od zainteresowań i potrzeb grupy biorącej udział w seminarium.

Nazwa zajęć: **Proseminarium**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Zna działy matematyki w podstawowym stopniu oraz główne zagadnienia badawcze.
2. zna i rozumie zasady planowania i przygotowywania pracy magisterskiej.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi formułować i analizować problemy badawcze.
2. potrafi współpracować w zespole z promotorem lub grupą studentów.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do uczestniczenia w dyskusji.

2. jest gotowów/gotowa do zrozumienia znaczenia rozwoju matematyki dla współczesnego społeczeństwa.
3. jest gotów/gotowa do zdobywania wiedzy w zakresie matematyki.

Treści programowe dla zajęć:
Wybrane elementy pracy badawczej, formułowanie problemu badawczego, narzędzia badawcze.
Etapy przygotowywania pracy magisterskiej, pozyskiwanie wiedzy z dostępnych źródeł.
Rola matematyki i rozumowania matematycznego w pracy zawodowej i w społeczeństwie.

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie ze statystyki i analizy danych 3**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna specjalistyczne zagadnienia związane z przygotowywaną przez siebie pracą magisterską.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi zredagować pracę magisterską.
2. potrafi przedstawić w zwięzłej formie tematykę pracy magisterskiej oraz najważniejsze jej wyniki.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do krytycznej dyskusji i obrony przyjętej przez koncepcji pracy magisterskiej, doboru treści i źródeł, .

Treści programowe dla zajęć:
Treści ustalane są w porozumieniu ze studentem w zależności od zainteresowań i potrzeb grupy biorącej udział w seminarium.

Nazwa zajęć: **Addytywna kombinatoryka**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Zna podstawowe pojęcia i zagadnienia addytywne.
2. Zna klasyczne twierdzenia addytywnej kombinatoryki i różne metody ich dowodzenia.

w zakresie umiejętności:
1. Potrafi wyznaczyć zbiór sum prostych zbiorów, zastosować lemat o pokryciu oraz proste nierówności addytywne.
2. Potrafi wyznaczyć lub oszacować energię addytywną oraz multiplikatywną prostych zbiorów.
3. Potrafi wyznaczyć współczynniki Fouriera funkcji charakterystycznych prostych zbiorów i zastosować je do prostych problemów addytywnych. Potrafi wyznaczyć splot funkcji i jego współczynniki Fouriera.
4. Potrafi zastosować twierdzenia geometryczne w teorii liczb.
5. Potrafi posługiwać się bardziej zaawansowanymi pojęciami addytywnej kombinatoryki takimi, jak izomorfizm Freimana i duże spektrum.

Treści programowe dla zajęć:
Proste własności addytywne zbiorów, lematy o pokryciu, nierówności addytywne.
Proste własności addytywne zbiorów, lematy o pokryciu, nierówności addytywne.
Własności addytywne zbiorów wypukłych.
Wprowadzenia do dyskretnej analizy harmonicznej i jej proste zastosowania w addytywnej kombinatoryce.
Ciągi arytmetyczne w zbiorach sum. Dwa dowody twierdzenia Rotha.
Izomorfizmy Freimana. Twierdzenie Freimana. Zbiory Bohra. Lemat Bogolyubova-Ruzsy. Lemat Chang.
Addytywne twierdzenia ramseyowskie.

Nazwa zajęć: **Algebry Banacha**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Rozumie pojęcia algebry Banacha, domkniętej podalgebry oraz domkniętego ideału. Zna naturalne konstrukcje algebr Banacha. Zna własności grupy elementów odwracalnych.
2. Zna definicję i podstawowe własności widma elementu w algebrze Banacha oraz jego promienia spektralnego. Rozumie holomorficzny rachunek funkcyjny i zna jego zastosowania do rozwiązywania problemów analizy funkcjonalnej. Zna definicję funkcjonału liniowo-multiplikatywnego.
3. Rozumie pojęcie przemienności w algebrze Banacha. Zna charakteryzację ideałów maksymalnych w przemiennej algebrze Banacha. Zna definicję przestrzeni ideałów maksymalnych oraz transformaty Gelfanda. Zna pojęcie radykału algebry oraz algebry radykałowej.

4. Zna pojęcie algebry z inwolucją oraz C*-algebry. Zna definicję częściowego porządku oraz elementów: normalnego, samosprzężonego, dodatniego oraz unitarnego w C*-algebrze. Rozumie ciągły rachunek holomorficzny dla C*-algebr i wie, że jest to rozszerzenie holomorficznego rachunku funkcyjnego. Zna charakteryzację przemiennych C*-algebr.

w zakresie umiejętności:

1. Umie podać przykłady algebr Banacha, domkniętych podalgebr oraz domkniętych ideałów. Potrafi zbadać ciągłość mnożenia w danej algebrze. Potrafi konstruować nowe algebry Banacha z już istniejących.
2. Potrafi wyznaczyć widmo podanego elementu algebry Banacha oraz obliczyć promień spektralny tego elementu. Umie stosować holomorficzny rachunek funkcyjny. W szczególności potrafi sprawdzić, czy w podanym kontekście można go zastosować.
3. Potrafi podać przykłady przemiennych algebr Banacha oraz zweryfikować, czy mnożenie w podanej algebrze jest przemienne. Umie scharakteryzować przestrzeń ideałów maksymalnych oraz podać postać transformaty Gelfanda w naturalnych algebrach Banacha. Potrafi podać przykłady algebr radykałowych oraz wyznaczyć radykał podanej algebry Banacha.
4. Potrafi podać przykłady C*-algebr, jak również elementów: normalnego, samosprzężonego, dodatniego oraz unitarnego w tych algebrach. Umie zastosować ciągły rachunek funkcyjny w naturalnych kontekstach.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotów/gotowa zastosować zdobytą wiedzę i uzyskane umiejętności do rozwiązywania problemów świata realnego.

Treści programowe dla zajęć:

Definicja i przykłady algebr Banacha. Podstawowe konstrukcje: ujedynkowienie, suma prosta, algebra ilorazowa. Grupa elementów odwracalnych.

Widmo i promień spektralny elementu algebry Banacha - definicja i podstawowe własności. Twierdzenie Gelfanda-Mazura i wzór Gelfanda-Beurlinga. Holomorficzny rachunek funkcyjny i jego zastosowania. Funkcjonały liniowo-multiplikatywne i ich automatyczna ciągłość.

Przemienne algebry Banacha. Wzajemna jednoznaczność ideałów maksymalnych i funkcjonałów liniowo-multiplikatywnych. Transformata Gelfanda: definicja, przykłady i zastosowania. Radykał algebry.

Algebry z inwolucją i C*-algebry: definicja i przykłady. Definicja i przykłady elementów: normalnego, samosprzężonego, dodatniego i unitarnego. Ciągły rachunek funkcyjny. Twierdzenie charakteryzacyjne Gelfanda-Naimarka dla przemiennych C*-algebr.

Nazwa zajęć: **Wprowadzenie w teorię krat Banacha**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. Zna przykłady krat liniowych oraz związki między strukturami liniową i porządkową wyrażone równościami bądź nierównościami, a także posiada wiedzę o rodzajach i charakterystykach podprzestrzeni krat liniowych.
2. Zna podstawowe klasy operatorów między kratami liniowymi.
3. Zna podstawowe typy krat Banacha oraz ich charakteryzacje poprzez własności porządkowe i topologiczne.

w zakresie umiejętności:

1. Potrafi weryfikować formuły elementarne oraz przynależność krat liniowych, ich podprzestrzeni oraz krat Banacha do poznanych podklas.
2. Potrafi uzasadniać do której z poznanych klas należy konkretny operator między kratami liniowymi oraz wykorzystywać jego własności.

Treści programowe dla zajęć:

Struktura porządkowo-algebraiczna kraty liniowej: tożsamości i nierówności związane z działaniami algebraicznymi i operacjami porządkowymi, pojęcia ortogonalności i solidności.

Typy krat liniowych (archimedesowe, porządkowo zupełne, dyskretne, ciągłe) i rodzaje podprzestrzeni w kratach liniowych (podkraty, ideały, pasma, podprzestrzenie porządkowo gęste, podprzestrzenie regularne).

Klasy operatorów liniowych między kratami liniowymi: porządkowo ograniczone, regularne, homomorfizmy, izomorfizmy porządkowe.

Normy monotoniczne i topologiczne oraz porządkowe konsekwencje monotoniczności normy.

Warunki równoważne zupełności normy monotonicznej oraz ciągłość operatorów regularnych.

Kraty Banacha z normą porządkowo ciągłą - charakteryzacje poprzez własności porządkowe, porządkowo-topologiczne i niezmienniki topologiczne.

Przestrzeń operatorów regularnych między kratami Banacha i problem regularności liniowego operatora ciągłego między kratami Banacha.

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie z matematyki 2**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna specjalistyczne zagadnienia związane z przygotowywaną przez siebie pracą magisterską.
w zakresie umiejętności:
1. potrafi opracować konspekt przygotowywanej pracy magisterskiej.
2. potrafi współpracować z promotorem, bierze udział w dyskusji z innymi uczestnikami seminarium.
w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do samodzielnego pozyskiwania wiedzy w zakresie przygotowywanej pracy i wybranej dziedziny matematyki.
2. jest gotów/gotowa do udziału w dyskusji na tematy związane z szeroko pojętą matematyką i pokrewnymi treściami.
Treści programowe dla zajęć:
Treści ustalane są w porozumieniu ze studentem w zależności od zainteresowań i potrzeb grupy biorącej udział w seminarium.

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie z matematyki finansowej i aktuarialnej 2**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna specjalistyczne zagadnienia związane z przygotowywaną przez siebie pracą magisterską.
w zakresie umiejętności:
1. potrafi opracować konspekt przygotowywanej pracy magisterskiej.
2. potrafi współpracować z promotorem, bierze udział w dyskusji z innymi uczestnikami seminarium.
w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do samodzielnego pozyskiwania wiedzy w zakresie przygotowywanej pracy i wybranej dziedziny matematyki finansowej i aktuarialnej.
2. jest gotów/gotowa do udziału w dyskusji na tematy związane z szeroko pojętą matematyką finansową i aktuarialną i pokrewnymi treściami.
Treści programowe dla zajęć:
Treści ustalane są w porozumieniu ze studentem w zależności od zainteresowań i potrzeb grupy biorącej udział w seminarium.

Nazwa zajęć: **Kohomologia Galois**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia dot. kohomologii Galois oraz tematyki związanej z tym zagadnieniem
w zakresie umiejętności:
1. potrafi stosować rezultaty dotyczące rozszerzeń normalnych i rozdzielczych oraz zasadnicze twierdzenia teorii Galois, oraz potrafi obliczać grupy Galois dla klasycznych rozszerzeń algebraicznych ciał;
2. potrafi stosować teorię modułów i podstawy algebry homologicznej (pojęcia: kompleksu, ciągu dokładnego, kohomologii kompleksu, pierścienia grupowego itd.).
3. potrafi stosować zasadnicze twierdzenia kohomologii grup i klasyczne operacje kohomologiczne służące do rozwiązywania zadań z kohomologii grup.
4. potrafi stosować pojęcia grupy topologicznej i proskończonej oraz pojęcie dyskretnego G-modułu. Potrafi scharakteryzować grupy proskończone pośród zwartych grup topologicznych.
5. potrafi stosować podstawowe rezultaty dotyczące kohomologii Galois i podstawowe operacje takie jak: restrykcja, inflacja, korestrykcja. Umie korzystać z klasycznych ciągów dokładnych pomagających obliczać kohomologie.
6. potrafi stosować kohomologie Galois w algebraicznej teorii liczb i w zagadnieniach arytmetycznych nad dowolnymi ciałami (Twierdzenie Hilberta 90, Twierdzenie Kummera, Teoria Kummera, itp.).
7. potrafi dowodzić i formułować twierdzenia oraz formułować definicje dot. kohomologii Galois i tematyki związanej z tym zagadnieniem.
Treści programowe dla zajęć:
Rozszerzenia normalne, rozdzielcze i Galois ciał, zasadnicze twierdzenie teorii Galois
Teoria modułów i podstawy algebry homologicznej

Klasyczne rezultaty dotyczące kohomologii grup
Grupy topologiczne, systemy odwrotne grup i grupy proskończone
Kohomologia grup proskończonych i kohomologia Galois
Zastosowania kohomologii Galois w algebraicznej teorii liczb i arytmetyce

Nazwa zajęć: **Seminarium magisterskie ze statystyki i analizy danych 2**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna specjalistyczne zagadnienia związane z przygotowywaną przez siebie pracą magisterską.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi opracować konspekt przygotowywanej pracy magisterskiej.
2. potrafi współpracować z promotorem, bierze udział w dyskusji z innymi uczestnikami seminarium.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do samodzielnego pozyskiwania wiedzy w zakresie przygotowywanej pracy i wybranej dziedziny matematyki, a szczególnie statystyki i analizy danych.
2. jest gotów/gotowa do udziału w dyskusji na tematy związane z szeroko pojętą statystyką i analizą danych i pokrewnymi treściami.

Treści programowe dla zajęć:
Treści ustalane są w porozumieniu ze studentem w zależności od zainteresowań i potrzeb grupy biorącej udział w seminarium.

Nazwa zajęć: **Równania różniczkowe cząstkowe**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawowe typy równań różniczkowych cząstkowych I rzędu: liniowe i quasi-liniowe.
2. zna klasyfikację równań różniczkowych cząstkowych II rzędu.
3. zna metodę d'Alemberta dla równania struny i wie, jak ją stosować - również dla innych zagadnień.
4. zna i umie zastosować metodę Fouriera rozdzielania zmiennych do wybranych zagadnień.
5. zna typy zagadnień brzegowych i dokonuje oceny istnienia i ilości ich rozwiązań.
6. zna podstawowe własności funkcji harmonicznych i ich związki z równaniem Laplace'a.
7. zna zakres zastosowania metod różnicowych dla równań różniczkowych cząstkowych, ich zalety i ograniczenia.

w zakresie umiejętności:
1. ma umiejętność rozpoznawania i rozwiązywania podstawowych typów równań różniczkowych cząstkowych I rzędu: liniowych i quasi-liniowych.
2. potrafi sprowadzać równania różniczkowe cząstkowe liniowe II rzędu do postaci kanonicznej.
3. ma umiejętność zastosowania metody d'Alemberta dla równania struny.
4. potrafi rozpoznać typ równania i problemu i dostosować do tego metodę obliczeniową – dla wybranych typów zagadnień i metod.
5. umie zastosować metodę Fouriera rozdzielania zmiennych do wybranych zagadnień.
6. umie dokonać oceny istnienia i ilości rozwiązań i zastosować odpowiednią metodę obliczeniową.
7. potrafi określić podstawowe własności funkcji harmonicznych i ich związki z równaniem Laplace'a.
8. ma umiejętność korzystania ze źródeł spoza zajęć oraz z literatury przedmiotowej. Samodzielnie poszerza zakres metod wprowadzonych na zajęciach.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów do analizy problemów praktycznych opisywanych za pomocą równań różniczkowych cząstkowych pod kątem doboru odpowiedniego aparatu matematycznego.

Treści programowe dla zajęć:
Pojęcie równania różniczkowego cząstkowego i jego rozwiązania.
Równania różniczkowe cząstkowe liniowe I rzędu. Rozwiązania tych równań a całki pierwsze układów równań zwyczajnych. Metoda charakterystyk. Równania I rzędu quasi-liniowe. Zagadnienia Cauchy'ego.
Równania różniczkowe cząstkowe liniowe II rzędu i ich klasyfikacja. Postacie kanoniczne.
Metoda d’Alemberta dla równania struny nieograniczonej i innych zagadnień.
Układy ortogonalne funkcji. Zagadnienie Sturma-Liouville'a. Metoda Fouriera rozdzielania zmiennych. Zastosowania metody.
Zagadnienia brzegowe dla równań eliptycznych. Zagadnienie Dirichleta dla prostokąta, koła i innych wybranych obszarów.
Funkcje harmoniczne i ich podstawowe własności. Związki z funkcjami zespolonymi.
Równania Laplace'a i Poissona oraz zagadnienia Dirichleta dla tych równań.

Twierdzenie Cauchy'ego-Kowalewskiej. Wybrane inne metody dla zagadnień brzegowych.
Metoda siatek – schemat różnicowy dla wybranych zagadnień.
Przegląd innych metod rozwiązywania zagadnień dla równań różniczkowych cząstkowych.

Nazwa zajęć: **Muzyka algorytmiczna**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna współczesną terminologię muzyczną.
2. zna protokoły służące do obsługi dźwięków.
3. zna podstawowe pojęcia z akustyki.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi wykorzystać w implementacji istniejące biblioteki muzyczne.
2. potrafi opanować podstawowe techniki współczesnej kompozycji.
3. potrafi stosować twierdzenia matematyczne w procesie generowania muzyki.
4. potrafi rozwijać własne zainteresowania muzyczne.

w zakresie kompetencji społecznych:
1. jest gotów/gotowa do pracy w zespole.

Treści programowe dla zajęć:
Wprowadzenie do języka Ruby.
Muzyka tonalna i atonalna.
Struktura rytmiczna w dziele muzycznym.
Minimalizm, serlializm i forma w muzyce.
Koncepcja skali muzycznej i algorytmiczna interpretacja.
Kompozycja z wykorzystaniem przekształceń liniowych.
Wykorzystanie łańcuchów Markowa w kompozycji algorytmicznej.
Synteza i brzmienie dźwięku.
Protokół MIDI.
SoundDesign
Kompozycja zespołowa

Nazwa zajęć: **Podstawy programowania liniowego i metoda badania efektywności DEA**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna podstawy programowania liniowego: problem prymalny, problem dualny, kryteria optymalności (sympleksowe), podstawowe związki między problemami dualnymi
2. zna i rozumie pojęcia przestrzeni produkcyjnej, efektywności technologicznej (Pareta, Koopmansa, Farrella)
3. wie, co to jest model DEA-CCR, model nadefektywności SE-DEA, model DEA-BCC

w zakresie umiejętności:
1. potrafi zapisać zadanie programowania liniowego w postaci standardowej; potrafi ocenić dopuszczalność danego rozwiązania; potrafi wyznaczyć zbiór wierzchołków dla zbioru rozwiązań dopuszczalnych; potrafi wyznaczyć kierunki nieograniczoności zbioru rozwiązań dopuszczalnych; potrafi sprawdzać optymalność rozwiązania przy pomocy wskaźników sympleksowych; potrafi rozwiązać zadanie PL metodą sympleks; potrafi skonstruować problem dualny do danego problemu PL
2. potrafi skonstruować empiryczną przestrzeń technologiczną; potrafi zapisać i rozwiązać różne modele DEA w postaci mnożnikowej/obwiedniowej wg orientacji na nakłady/wyniki; potrafi zinterpretować wskaźnik optymalności danego obiektu oraz ocenić, czy jest on technicznie efektywny/efektywny w sensie Pareta-Koopmansa; potrafi ułożyć ranking efektywności; potrafi skonstruować zbiory obiektów referencyjnych

w zakresie kompetencji społecznych:
1. potrafi dostrzec, że matematyka ma zastosowania w działalności gospodarczej człowieka

Treści programowe dla zajęć:
Podstawy programowania liniowego: problem programowania liniowego, postać standardowa zadania PL, sprowadzanie zadań PL do postaci standardowej, kryterium, funkcja celu, warunki ograniczające, prawe strony, zmienne (decyzyjne), rozwiązanie dopuszczalne, zbiór rozwiązań dopuszczalnych i jego własności, problem PL sprzeczny/niesprzeczny, dopuszczalne rozwiązanie bazowe, wierzchołek zbioru, wierzchołki zbioru rozwiązań dopuszczalnych a bazowe rozwiązania dopuszczalne, kierunek nieograniczoności zbioru rozwiązań dopuszczalnych, twierdzenie o reprezentacji punktów ze zbioru rozwiązań dopuszczalnych

twierdzenie o istnieniu optymalnych rozwiązań bazowych, warunki konieczne i dostateczne na to, by niesprzeczne zadanie PL nie posiadało rozwiązań optymalnych, klasyfikacja zadań PL (sprzeczne; niesprzeczne, ale bez rozwiązań optymalnych; niesprzeczne z rozwiązaniami optymalnymi), kryterium optymalności - nieujemność wskaźników optymalności, wstęp do algorytmu sympleks, twierdzenie o nieistnieniu rozwiązania optymalnego, twierdzenie o istnieniu bazy optymalnej z nieujemnymi wskaźnikami optymalności, twierdzenie o istnieniu bazy i kierunku nieograniczoności odpowiadającego tej bazie (dla problemów bez rozwiązań optymalnych), dualność w PL - wstęp, interpretacja ekonomiczna dualności, zadanie prymalne, zadanie dualne, twierdzenia o dualności (słaba dualność, silna dualność, warunki komplementarności, istnienie rozwiązań w problemie prymalnym i dualnym)
Podstawy DEA: wprowadzenie do DEA (nakłady, wyniki, technologie dopuszczalne, zbiór możliwości produkcyjnych, granica efektywności), sprawiedliwy dobór wag dla nakładów i wyników, efektywność, efektywność maksymalna, efektywność względna, optymalny dobór wag, model mnożnikowy CCR zorientowany na wyniki
Model DEA CCR: interpretacja ekonomiczna modelu mnożnikowego, model obwiedniowy CCR zorientowany na nakłady, postacie macierzowe modeli, model obwiedniowy (orientacja na nakłady), technologia empiryczna, technologia dopuszczalna, technologia dopuszczalna, zbiór możliwości produkcyjnych, założenia nakładane na zbiór możliwości produkcyjnych w modelu CCR (zawiera technologie empiryczne i ich nieujemne krotności, jednorodność, addytywność, możliwości marnotrawstwa, minimalność), model CCR w zapisie wykorzystującym zbiór możliwości produkcyjnych, możliwość porównywania efektywności obiektów (na tle jednakowego zbioru możliwości produkcyjnych); model obwiedniowy zorientowany na nakłady a model obwiedniowy zorientowany na wyniki, ranking (efektywności) obiektów, obiekt efektywny w sensie Farrella, interpretacja (optymalnego) wskaźnika efektywności, ilustracja geometryczna modeli obwiedniowych, obiekt efektywny w pełni (CCR-efektywny), obiekt słabo efektywny, efektywność Pareta-Koopmansa (PK-efektywność), wykrywanie luzów: zadanie maksymalizacji luzów (Faza II), zbiór referencyjny obiektu, graf benchmarkowy, twierdzenie o generowaniu technologii P-K-efektywnych na podstawie zbiorów referencyjnych, rzutowanie CCR, zmiany parametrów modelu CCR a wskaźniki efektywności
Model nadefektywności DEA: model nadefektywności (SE-CCR), technologia wspólna konkurentów, wskaźnik efektywności technicznej modelu CCR a wskaźnik efektywności modelu SE-CCR, ranking obiektów
Model BCC: wprowadzenie do modelu BCC, wprowadzenie do efektów skali w modelach DEA

Nazwa zajęć: **Algebra**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna i rozumie zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii grup
2. zna i rozumie zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii pierścieni
3. zna i rozumie zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii ciał

w zakresie umiejętności:
1. potrafi dokonać prostej klasyfikacji grup małego rzędu; określić, czy dana grupa jest prosta/rozwiązalna/nilpotentna; opisać grupy skończenie generowane i umie odpowiedzieć na pytanie o istnienie izomorfizmu między dwoma skończenie generowanymi grupami; znaleźć rangę i część torsyjną grupy skończenie generowanej
2. potrafi określić, czy dany pierścień jest noetherowski/Dedekinda; skorzystać z twierdzenia Hilberta o bazie; znajdować nilpotenty i idempotenty w pierścieniach przemiennych; określać, czy dany wielomian jest rozkładalny/nierozkładalny
3. potrafi znaleźć element pierwotny dla skończonego rozszerzenia rozdzielczego dwóch ciał; znaleźć wielomian minimalny elementu algebraicznego nad wybranym ciałem; określić stopień danego rozszerzenia; znajdować złożenia dwóch ciał zawartych w pewnym rozszerzeniu ciała bazowego
4. potrafi dowodzić i formułować fakty i twierdzenia algebry abstrakcyjnej oraz formułować definicje algebry abstrakcyjnej

Treści programowe dla zajęć:
Grupy abelowe wolne. Zbiory wolnych generatorów, ranga, podgrupy.
Skończenie generowane grupy abelowe. Rozkład na sumę prostą grup cyklicznych, niezmienniki, typ.
Działanie grup na zbiorach i grupach abelowych.
Grupy nilpotentne i rozwiązalne. Grupy symetryczne. Grupy proste, grupy alternujące jako grupy proste ($n>4$).
Pierścienie noetherowskie. Własności, twierdzenie Hilberta o bazie
Dziedziny całkowitości, dziedziny ideałów głównych, dziedziny z jednoznacznością rozkładu. Moduły nad pierścieniami.

Teoria podzielności w pierścieniach wielomianów jednej zmiennej, kryteria rozkładalności wielomianów.
Pierścień wielomianów wielu zmiennych.
Pierścienie Dedekinda. Jednoznaczność rozkładu ideałów na czynniki pierwsze.
Ciało rozkładu wielomianu. Istnienie i problem jednoznaczności.
Ciała algebraicznie domknięte i domknięcie algebraiczne ciała.
Skończone rozszerzenia ciała liczb wymiernych, pierścienie liczb całkowitych w tych ciałach

Nazwa zajęć: **Teoria dystrybucji i funkcje słabo różniczkowalne**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. Zna i rozumie pojęcie przestrzeni funkcji próbnych oraz pojęcie dystrybucji. Zna podstawowe działania na dystrybucjach. Wie co to słaba pochodna i słabe rozwiązanie równania różniczkowego. Zna i rozumie pojęcie splotu oraz aproksymatywnej jedynki.
2. Zna i rozumie pojęcia związane z przestrzenią Schwartza oraz dystrybucjami temperowanymi. Rozumie pojęcie i zna własności transformaty Fouriera na przestrzeni Schwartza oraz na przestrzeni dystrybucji temperowanych. Zna i rozumie pojęcie rozwiązania fundamentalnego.
3. Zna i rozumie pojęcie przestrzeni Sobolewa oraz ich związków z innymi klasycznymi przestrzeniami analizy funkcjonalnej. Zna nierówność Sobolewa i twierdzenie Rellicha-Kondraszowa.
w zakresie umiejętności:
1. Umie działać na dystrybucjach oraz identyfikować poszczególne dystrybucje i ich typy. Potrafi weryfikować, czy dana dystrybucja jest słabym rozwiązaniem danego równania.
2. Potrafi wykonywać konkretne działania na dystrybucjach temperowanych. Wykorzystując narzędzia teorii dystrybucji, analizy matematycznej oraz zespolonej potrafi obliczać transformatę Fouriera funkcji szybko malejących do zera oraz dystrybucji temperowanych.
3. Korzystając z narzędzi teorii dystrybucji oraz analizy fourierowskiej potrafi znajdować słabe rozwiązania klasycznych równań różniczkowych.
Treści programowe dla zajęć:
Dystrybucje jako uogólnienie pojęcia funkcji:
- przestrzeń funkcji próbnych
- dystrybucje i działania na dystrybucjach
- splot funkcji i aproksymatywna jedynka
- przykłady dystrybucji i słabych rozwiązań

Dystrybucje temperowane i transformata Fouriera:
- przestrzeń Schwartza
- transformata Fouriera na klasie Schwartza
- dystrybucje temperowane
- transformata Fouriera dystrybucji temperowanych
- własności transformaty Fouriera na klasie Schwartza i dystrybucjach temperowanych
- transformata Fouriera wybranych funkcji i dystrybucji
- zastosowania transformaty Fouriera
- rozwiązania fundamentalne i twierdzenie Malgrangea-Ehrenpreisa

Przestrzenie Sobolewa;
- przestrzenie Sobolewa jako przestrzenie Banacha
- podstawowe własności przestrzeni Sobolewa
- nierówność Sobolewa
- twierdzenie Rellicha-Kondraszowa
- zastosowania

Nazwa zajęć: **Analiza zespolona**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. rozumie pojęcie biholomorficznej/konforemnej równoważności obszarów.
2. rozumie koncepcje związane z geometrią dysku indukowaną przez automorfizmy konforemne.
3. rozumie związek między topologią obszaru a zagadnieniem przybliżania funkcji holomorficznej funkcjami wymiernymi.
4. zna rozwinięcia podstawowych funkcji całkowitych, na przykład trygonometrycznych.
5. zna podstawowe własności i charakteryzację funkcji Gamma, jako uogólnienia silni.
6. zna własności funkcji Dzeta, jej związek z funkcją Gamma i ich znaczenie dla teorii liczb.
w zakresie umiejętności:
1. potrafi wykazać, że dane obszary są konforemnie równoważne.

2. potrafi scharakteryzować automorfizmy konforemne sfery/dysku.
3. potrafi scharakteryzować obszary jednospójne na płaszczyźnie w języku analizy, topologii i algebry.
4. potrafi dla zadanej funkcji skonstruować ciąg funkcji wymiernych do niej zbieżny.
5. potrafi skonstruować dla zadanych części osobliwych skonstruować funkcję meromorficzną o tych częściach osobliwych.
6. potrafi rozwinąć zadaną funkcję całkowitą w iloczyn nieskończony.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. rozumie znaczenie analizy zespolonej w innych działach matematyki.

Treści programowe dla zajęć:

Biholomorficzna równoważność obszarów na płaszczyźnie, twierdzenie Riemanna o konforemnej równoważności.
Charakteryzacja obszarów jednospójnych na płaszczyźnie.
Twierdzenie Rungego.
Twierdzenie Mittag-Lefflera.
Twierdzenie Weierstrassa o faktoryzacji funkcji całkowitej, konstrukcja funkcji holomorficznej o zadanym zbiorze zer.
Funkcja Gamma i funkcja Dzeta.

Nazwa zajęć: **Język angielski**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie umiejętności:

1. potrafi w sposób przystępny przedstawić fakty z zakresu matematyki porozumiewać się przy użyciu różnych technik w środowisku zawodowym oraz w innych środowiskach w języku angielskim
2. potrafi przygotować dokumentacje, opracowania i raporty w języku angielskim
3. potrafi przygotować wystąpienia ustne w języku angielskim, dotyczące zagadnień teoretycznych i praktycznych matematyki
4. potrafi posługiwać się językiem obcym na poziomie B2+ Europejskiego Systemu Opisu Kształcenia Językowego oraz zna język angielski w stopniu umożliwiającym czytanie ze zrozumieniem literatury przedmiotu
5. zna i potrafi stosować słownictwo dotyczące matematyki oraz określenia używane w tekstach o charakterze naukowym

Treści programowe dla zajęć:

Opisywanie swojego zakresu pracy; Opisywanie sposobu działania, procedur. (np. opis dowodu)
Używanie cech stylu naukowego. Stosowanie strony biernej do opisu procesów oraz wyrażania relacji przyczynowo-skutkowych
Praca nad przygotowaniem indywidualnej prezentacji na temat związany z matematyką
Praca z artykułami dotyczącymi matematyki
Korzystanie ze słowników internetowych i słowników zwrotów (collocations), Nauka słownictwa za pomocą platformy Moodle

Nazwa zajęć: **Funkcje analityczne**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:

1. zna podstawowe twierdzenia analizy zespolonej i stosowane w nich typowe rozumowania matematyczne, a w szczególności zna twierdzenie Cauchy'ego i jego konsekwencje.
2. zna i rozumie znaczenie zbieżności niemal jednostajnej w teorii funkcji analitycznych
3. zna zastosowania wybranych metody analizy zespolonej w innych dziedzinach

w zakresie umiejętności:

1. umie sprawdzić różne własności funkcji zespolonej, a w szczególności potrafi sprawdzać różniczkowalność w sensie rzeczywistym i zespolonym funkcji i wskazać na związki pomiędzy tymi własnościami
2. umie rozwijać funkcje w zespolone szeregi potęgowe i szeregi Laurenta, wyznaczać promienie i obszary zbieżności szeregów; potrafi badać różne typy zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych
3. umie całkować funkcje zespolone zmiennej rzeczywistej oraz całkować funkcje zespolone zmiennej zespolonej wzdłuż krzywych
4. umie wyznaczać zera i bieguny funkcja oraz ich krotności i rzędy; potrafi klasyfikować punkty osobliwe odosobnione funkcji holomorficznych; umie wyznaczać residua funkcji i stosować je do obliczania całek niewłaściwych.

Treści programowe dla zajęć:

Granica, ciągłość, R-różniczkowalność funkcji jednej zmiennej zespolonej o wartościach zespolonych.

Pochodna zespolona. Podstawowe reguły różniczkowania. Równania Cauchy'ego-Riemanna i związek między R- i C-różniczkowalnością. Funkcje holomorficzne.
Przykłady funkcji holomorficznych. Wielomiany, funkcje wymierne, szeregi potęgowe. Holomorficzność sumy szeregi potęgowego. Funkcje analityczne. Funkcje elementarne.
Całka Riemanna funkcji rzeczywistej o wartościach zespolonych. Podstawowe własności i reguły całkowania. Funkcje analityczne definiowane całkami zależnymi od parametru.
Całki krzywolinowe (całkowanie wzdłuż krzywych). Indeks punktu względem krzywej.
Twierdzenie Cauchy'ego dla trójkąta. Istnienie funkcji pierwotnych dla funkcji holomorficznych. Twierdzenie i wzór Cauchy'ego dla obszarów wypukłych. Analityczność funkcji holomorficznych.
Nierówność Cauchy'ego. Funkcje całkowite. Twierdzenie Liouville'a. Dowód zasadniczego twierdzenia algebry.
Zera funkcji holomorficznych. Twierdzenie o jednoznaczności. Zasada maksimum.
Ciągi i szeregi funkcji holomorficznych. Zbieżność niemal jednostajna. Holomorficzność granicy. Twierdzenie Morrery
Szeregi Laurenta, ich obszary zbieżności i holomorficzność sumy szeregu. Funkcje holomorficzne w pierścieniu
Klasyfikacja punktów osobliwych odosobnionych. Twierdzenia Riemanna i Cassarotiego-Weierstrassa.
Residuum funkcji. Zastosowania residuów do obliczania całek. Residuum pochodnej logarytmicznej.
Rodziny normalne. Twierdzenia Arzeli, Montela i Vitaliego.

Nazwa zajęć: **Wybrane zagadnienia procesów stochastycznych**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna i rozumie pojęcie procesu stochastycznego: procesu zatrzymanego, gałązkowego, Markowa, martyngału,
2. zna i rozumie definicje podstawowych rodzin zbiorów wykorzystywanych w probabilistyce.
3. zna własności warunkowej wartości oczekiwanej.

w zakresie umiejętności:
1. potrafi dopasować model stochastyczny do rozwiązania problemu.
2. potrafi rozwiązać podstawowe problemy stawiane w zagadnieniach np.: obliczenie prawdopodobieństwa wymarcia procesu gałązkowego, prawdopodobieństwo ruiny gracza.

Treści programowe dla zajęć:
Niezależne sigma-algebry i ich związki z niezależnymi zmiennymi losowymi.
Momenty zatrzymania i zmienne losowe zatrzymane.
Sumy losowe, arytmetyczne zmienne losowe.
Procesy gałązkowe.
Warunkowa wartość oczekiwana i martyngały.
Procesy Markowa.

Nazwa zajęć: **Modele liniowe**
Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:
1. zna i rozumie pojęcie układu kompletnej randomizacji, układu bloków kompletnie zrandomizowanych, układu blokowego o jednostkach rozszczepionych, układu blokowego o jednostkach rozszczepionych w pasach prostopadłych.
2. zna i rozumie metody analizy wariancji w różnych układach doświadczalnych.
3. zna i rozumie pojęcie interakcji.
4. zna i rozumie specyfikę hierarchicznej analizy wariancji.
5. zna i rozumie pojęcia kwadratu łacińskiego i grecko-łacińskiego, ich wady i zalety.
6. zna i rozumie różnice między modelami stałymi, losowymi i mieszanymi.
7. zna i rozumie różnice między obserwacjami niezależnymi i zależnymi oraz pojęcie obserwacji powtarzanych.
8. zna i rozumie model i zastosowanie analizy kowariancji.
9. zna i rozumie ograniczenia metod parametrycznych i metody radzenia sobie w przypadku niespełnienia ich założeń.
10. zna i rozumie pojęcie hipotezy liniowej, testy typu Walda oraz różne metody przybliżania rozkładu statystyki testowej.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi zaplanować eksperyment według układu kompletnej randomizacji, układu bloków kompletnie zrandomizowanych, układu blokowego o jednostkach rozszczepionych, układu blokowego o jednostkach rozszczepionych w pasach prostopadłych.
2. potrafi przeprowadzić analizę wariancji w różnych układach doświadczalnych.
3. potrafi wykryć interakcję lub jej brak na podstawie wizualizacji i analizy statystycznej danych.
4. potrafi wykorzystać model hierarchicznej analizy wariancji w badaniach statystycznych.
5. potrafi przeprowadzić odpowiednią analizę danych otrzymanych w wyniku eksperymentu zaplanowanego w układzie kwadratu łacińskiego i grecko-łacińskiego.
6. potrafi zastosować metody nieparametryczne w adekwatnym przypadku.
7. potrafi przyjąć odpowiedni model mieszany i dokonać testowania hipotez statystycznych w takim modelu.
8. potrafi wykonać analizę statystyczną powtarzanych pomiarów.
9. potrafi przeprowadzić analizę kowariancji w adekwatnym przypadku.
10. potrafi zaimplementować i wykorzystać asymptotyczne i resamplingowe testy typu Walda.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotów/gotowa do zrozumienia wpływu metod planowania i analizowania wyników eksperymentów na życie społeczne.
2. jest gotów/gotowa do dalszego zgłębiania wiedzy i umiejętności w zakresie metod planowania i analizowania rezultatów doświadczeń.
3. jest gotów/gotowa do przedstawiania, wyjaśniania i rozwijania poznanych metod statystycznych.

Treści programowe dla zajęć:

Układ kompletnej randomizacji, układ bloków kompletnie zrandomizowanych i ich generowanie
Jednoczynnikowa analiza wariancji - test F analizy wariancji, sprawdzanie założeń, testy post hoc, analiza kontrastów, testowanie zerowania się wszystkich wartości oczekiwanych w grupach
Test F analizy wariancji w układzie bloków kompletnie zrandomizowanych, testy post hoc
Dwu- i wieloczynnikowa analiza wariancji – testy F analizy wariancji, interakcje oraz ich wykrywanie i interpretacja
Hierarchiczna analiza wariancji
Układ blokowy o jednostkach rozszczepionych - generowanie planu eksperymentu, test F analizy wariancji w tym układzie, testy post hoc
Układ blokowy o jednostkach rozszczepionych w pasach prostopadłych - generowanie planu eksperymentu, test F analizy wariancji w tym układzie, testy post hoc
Kwadrat łaciński i grecko-łaciński - generowanie planu eksperymentu, test F analizy wariancji w tych układach, względna efektywność tych układów, testy post hoc
Modele mieszane – różnice między modelami stałymi, losowymi i mieszanymi oraz ich rozpoznawanie, testy istotności efektów stałych i losowych
Analiza powtarzanych pomiarów – test F analizy wariancji z powtarzanymi pomiarami, założenia i ich weryfikacja, metody radzenia sobie w przypadku niespełnienia założeń
Analiza kowariancji – podstawy regresji liniowej, połączenie analizy regresji i wariancji
Testy Kruskala-Wallisa i Friedmana – przykłady testów nieparametrycznej analizy wariancji, rangi i ich wykorzystanie do testowania hipotez statystycznych, testy post hoc, porównanie mocy testów parametrycznych i nieparametrycznych
Testowanie dowolnych hipotez liniowych - testy typu Walda, test asymptotyczny, testy resamplingowe

Nazwa zajęć: **Analiza funkcjonalna**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka
w zakresie wiedzy:

1. zna pojęcie normy, przestrzeni unormowanej, przestrzeni Banacha, podprzestrzeni domkniętej. Rozumie związek pomiędzy domkniętością a zupełnością.
2. Wie, co to są przestrzenie ciągłych operatorów liniowych i przestrzenie dualne oraz kiedy są one przestrzeniami Banacha. Rozumie różnicę między zbieżnością w normie operatorowej a zbieżnością punktową.
3. Zna klasyczne zasady analizy funkcjonalnej, czyli najważniejsze twierdzenia tej teorii matematycznej.
4. Wie, co to są przestrzenie Hilberta. Rozumie pojęcie ortogonalności i jego znaczenie; wie, co to są układy/szeregi ortogonalne i ortonormalne. Zna twierdzenie reprezentacyjne Riesza oraz twierdzenie o rzucie ortogonalnym.

5. Zna pojęcie operatora zwartego pomiędzy przestrzeniami Banacha. Zna twierdzenie o wartościach własnych operatora zwartego na nieskończenie wymiarowej przestrzeni Banacha.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi podać przykłady norm, przestrzeni unormowanych i przestrzeni Banacha. Umie sprawdzić, czy dana funkcja jest normą bądź dana przestrzeń przestrzenią unormowaną lub Banacha.
2. Potrafi podać przykłady ciągłych operatorów liniowych a także zbadać ciągłość zadanego operatora liniowego.
3. Potrafi podać przykłady zastosowania klasycznych zasad analizy funkcjonalnej. Umie sprawdzić, czy w podanym kontekście zasady te zachodzą.
4. Potrafi podać przykłady przestrzeni Hilberta a także sprawdzić, czy dana przestrzeń jest przestrzenią Hilberta. Potrafi sprawdzić ortogonalność podanych wektorów w przestrzeni Hilberta a także ortogonalność/ortonormalność zadanych układów.
5. Potrafi podać przykłady operatorów zwartych pomiędzy przestrzeniami Banacha a także wyznaczyć widmo pewnych zwartych operatorów na ciągowych przestrzeniach Banacha.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotów/gotowa zastosować zdobytą wiedzę i uzyskane umiejętności do rozwiązywania problemów świata realnego.

Treści programowe dla zajęć:

Normy, przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha. Podprzestrzenie przestrzeni unormowanych i ich zupełność. Przykłady. Ciągłość działań.
Operatory liniowe - ich ciągłość (ograniczoność) i norma. Przestrzenie ciągłych operatorów liniowych oraz przestrzenie dualne i ich zupełność. Przestrzenie dualne do niektórych przestrzeni Banacha.
Klasyczne zasady analizy funkcjonalnej: twierdzenia Banacha o odwzorowaniu otwartym, o izomorfizmie i o domkniętym wykresie. Twierdzenie Banacha-Steinhausa, twierdzenie Hahna-Banacha.
Przestrzenie Hilberta i ich przykłady. Ortogonalność. Układy ortogonalne i ortonormalne. Twierdzenie o rozkładzie ortogonalnym. Twierdzenie reprezentacyjne Riesza.
Operatory zwarte między przestrzeniami Banacha; przykłady, domkniętość przestrzeni takich operatorów. Twierdzenie Schaudera. Zwarte perturbacje izomorfizmów. Alternatywa Fredholma.

Nazwa zajęć: **Obliczenia matematyczne wspierane komputerowo**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. Zna metody rozwiązywania niektórych równań stopnia wyższego niż 4 i potrafi wskazać metodę znajdowania pierwiastków równania z parametrem.

w zakresie umiejętności:

1. Umie napisać prosty program w języku Python wykorzystujący pętle, funkcje oraz inne podstawowe narzędzia w celu rozwiązania problemu symbolicznego. Obsługuje podstawowe funkcjonalności w SageMath oraz umie pisać programy w notatnikach Jupyter.
2. Potrafi sformułować symboliczny zapis zadania matematycznego i przeprowadzić jego zautomatyzowane rozwiązanie wspierane pakietem symbolicznym w Pythonie. Umie wykorzystać zaimplementowane w Python i SageMath funkcje do rozwiązywania problemów symbolicznych.
3. Potrafi wykorzystać rachunek symboliczny do rozwiązania równań rekurencyjnych. Stosuje rachunek symboliczny do dyskusji rozwiązań zadań z parametrem. Umie zastosować podstawowe metody wizualizacji problemu symbolicznego.
4. Znajduje rozwiązania symboliczne i numeryczne wielomianów niskich stopni.
5. Potrafi zakodować problem z geometrii jako zagadnienie algebraiczne i rozwiązać je z wykorzystaniem Pythona. Stosuje metody rozwiązywania dużych układów równań wielomianowych wielu zmiennych: podstawy teorii baz Groebnera.
6. Potrafi wskazać metodę rozwiązania dokładnego wybranych układów równań różniczkowych zwyczajnych. Stosuje metody numeryczne do rozwiązywania wybranych równań różniczkowych motywowanych zastosowaniami. Umie stosować metody pudełkowe (compartment models) do symulacji przebiegu zjawisk, np. epidemii.
7. Potrafi wygenerować próbkę danych metodą Monte Carlo z wykorzystaniem łańcuchów Markowa. Wykorzystuje próbki do całkowania numerycznego i generowania zbiorów danych o pożądanym rozkładzie. Potrafi sprawdzać wybrane własności łańcucha Markowa oraz skonstruować łańcuch na bazie danych pobranych z różnych źródeł.
8. Zna i wykorzystuje różnorodne typy wykresów w bibliotekach Pythona i SageMath. Potrafi zobrazować zbiór danych w sposób dynamiczny (animacja) i zna sposoby modyfikacji, łączenia oraz animowania wykresów danych.

9. Potrafi przygotować prezentację dotyczącą wybranego zagadnienia matematycznego.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotów/gotowa do dyskusji i krytycznej analizy zagadnień związanych z formułowaniem i rozwiązywaniem hipotez badawczych.

Treści programowe dla zajęć:

Podstawy progamowania w języku Python. Pętle, funkcje, podstawy rachunków symbolicznych z wykorzystaniem SageMath i SymPy.

Rozwiązywanie prostych problemów z wykorzystaniem rachunków symbolicznych. Formułowanie problemów matematycznych jako zagadnień do rozwiązania dla automatycznego solvera SageMath.

Znajdowanie rozwiązań równań rekurencyjnych, sum symbolicznych i parametrów funkcji z wykorzystaniem rachunków symbolicznych w SageMath i Python. Podstawy wykresów funkcji symbolicznych.

Rozwiązywanie równań wielomianowych stopnia dwa, trzy i cztery oraz dyskusja metod symbolicznych i numerycznych rozwiązywania równań wielomianowych wyższych stopni. Symboliczne rozwiązywanie równań wielomianowych z parametrami.

Formułowanie problemów z geometrii jako zagadnień algebraicznych i rozwiazywanie ich metodami baz Groebnera. Znajdowanie warunków degeneracji wraz z dyskusją algebraicznych metod upraszczania problemu.

Rozwiązywanie numerycznych prostych układów równań różniczkowych zwyczajnych z zastosowaniem do równań ruchu w zadanym polu wektorowym, równań dynamiki oraz modelowania epidemii z wykorzystaniem modelu pudełkowego.

Wprowadzenie do łańcuchów Markowa i metody Monte Carlo. Całkowanie numeryczne za pomocą spacerów losowych i generowanie sztucznych języków z analizy tekstów.

Przegląd metod wizualizacji danych za pomocą Pythona i SageMath. Ilustracja na przykładzie ciągłych i dyskretnych zbiorów danych. Animacje dużych zbiorów danych i specjalistyczne typy wykresów.

Nazwa zajęć: **Teoria grafów II**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. zna podstawowe twierdzenia i metody teorii grafów

w zakresie umiejętności:

1. potrafi rozwiązywać zadania z teorii grafów oraz jest w stanie zrozumieć dowody twierdzeń

w zakresie kompetencji społecznych:

1. potrafi rozumować logicznie, uogólniać i konkretyzować abstrakcyjne pojęcia

Treści programowe dla zajęć:

Skojarzenia w grafach i pokrycia ścieżkowe
Kolorowanie grafów
Cykle Hamiltona w grafach
Lemat Szemerediego o regularności grafów

Nazwa zajęć: **Teoria ryzyka w ubezpieczeniach**

Po zakończeniu zajęć i potwierdzeniu osiągnięcia efektów uczenia się student/ka

w zakresie wiedzy:

1. zna pojęcia funkcji tworzącej momenty, funkcji tworzącej kumulanty, kumulant, współczynnika skośności, kurtozy,
2. zna pojęcia modelu ryzyka kolektywnego, dystrybuanty, funkcji tworzącej momenty i funkcji tworzącej kumulanty rozkładu złożonego, podstawowe rozkłady liczby szkód i łącznej wartości szkód oraz wzór rekurencyjny Panjera dla rozkładów klasy (a,b.0),
3. zna zasady aproksymacji rozkładu łącznej wartości szkód rozkładem normalnych oraz przesuniętym rozkładem gamma,
4. zna pojęcie modelu ryzyka indywidualnego oraz wzór rekurencyjny de Prila i metodę Kornyi,
5. zna pojęcie ruiny, prawdopodobieństwa ruiny oraz współczynnika dopasowania, twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności współczynnika dopasowania oraz wzór dokładny na prawdopodobieństwo ruiny.

w zakresie umiejętności:

1. potrafi wyliczyć funkcję tworzącą momenty, funkcję tworzącą kumulanty, kumulanty, współczynnik skośności oraz kurtozę dla podstawowych rozkładów prawdopodobieństwa oraz potrafi wykorzystać wyżej wymienione narzędzia w teorii ryzyka,
2. potrafi wyliczyć funkcję tworzącą momenty i funkcję tworzącą kumulanty, pierwsze cztery kumulanty, wskaźnik skośności oraz kurtozę rozkładu złożonego oraz zastosować wzór rekurencyjny Panjera,

3. potrafi wyliczyć składki dla wybranych rozkładów łącznej wartości szkód,
4. potrafi wyliczyć współczynnik dopasowania dla podstawowych rozkładów prawdopodobieństwa oraz wyliczyć prawdopodobieństwo ruiny dla pewnych szczególnych przypadków.

w zakresie kompetencji społecznych:

1. jest gotów/gotowa ocenić rynek ubezpieczeniowy od strony matematycznej konstrukcji produktów ubezpieczeniowych.

Treści programowe dla zajęć:

Dystrybuanta sumy niezależnych zmiennych losowych, funkcje tworzące momenty, funkcje tworzące kumulanty, kumulanty, wskaźnik skośności, kurtoza.
Model ryzyka kolektywnego, rozkład złożony, jego dystrybuanta, funkcja tworząca momenty, funkcja tworząca kumulanty, kumulanty; podstawowe rozkłady liczby szkód oraz podstawowe rozkłady łącznej wartości szkód, wzór rekurencyjny Panjera.
Aproksymacja rozkładu łącznej wartości szkód: aproksymacja rozkładem normalnym, aproksymacja przesuniętym rozkładem gamma; składki przykładowych rozkładów łącznej wartości szkód.
Model ryzyka indywidualnego, wzór rekurencyjny de Prila, metoda Kornyi.
Proces nadwyżki ubezpieczyciela, pojęcie ruiny i prawdopodobieństwo ruiny, współczynnik dopasowania, definicja oraz twierdzenie o jego istnieniu i jednoznaczności, wzór dokładny na prawdopodobieństwo ruiny, Poissonowski proces pojawiania się szkód, wyliczenie prawdopodobieństwa ruiny w pewnych szczególnych przypadkach.