Streszczenie rozprawy doktorskiej

Działania grup na rozmaitościach acyklicznych i rzeczywistych przestrzeniach rzutowych

Jan Pulikowski

Do ważnych problemów dotyczących działań zwartych grupy Liego G na rozmaitościach gładkich należy opis pojawiających się zbiorów punktów stałych. Taki zbiór jest rozmaitością gładką, o ile działanie grupy G jest gładkie. Można więc zadać pytanie, jakie warunki są konieczne i wystarczające na to, by rozmaitość gładka była dyfeomorficzna ze zbiorem punktów stałych działania gładkiego grupy G na rozmaitości o specyficznych własnościach, np., na rozmaitości ściągalnej, jak dysk czy też przestrzeń euklidesowa. W tym przypadku odpowiedzi na zadane pytanie udzielił Lowell Jones (gdy G jest p-grupą skończoną), Krzysztof Pawałowski (gdy G jest torusem lub G jest rozszerzeniem p-grupy skończonej o torus) i Robert Oliver (gdy G jest grupą skończoną, której rząd nie jest potęgą liczby pierwszej).

W rozprawie rozważa się działania gładkie grupy G na rozmaitościach gładkich, które są pseudo-równoważne z danym G-szablonem (tj. skończonym G-CW kompleksem spójnym o niepustym i spójnym zbiorze punktów stałych). Wyniki autorów wspomnianych powyżej dotyczą działań grup na rozmaitościach ściągalnych, tj., pseudo-równoważnych z jednym punktem. W rozprawie wyniki te rozszerzone są do działań grup G na rozmaitościach pseudo-równoważnych z G-szablonem mod-p acyklicznym (Twierdzenie 0.1) i acyklicznym (Twierdzenie 0.2). Przy dodatkowym założeniu, że zbiory punków stałych są rozmaitościami stabilnie paralelizowalnymi, ich opis jest podany bez żadnego ograniczenia na G-szablon (Twierdzenie 0.3). Podano też warunek konieczny i wystarczający na istnienie działania gładkiego grupy skończonej G (której rząd nie jest potęgą liczby pierwszej) bez punktów stałych na zwartej rozmaitości gładkiej pseudo-równoważnej z dowolnie zadanym G-szablonem (Twierdzenie 0.4). W szczególności, istnieje działanie gładkie skończonej grupy G bez punktów stałych na zwartej rozmaitości gładkiej pseudo-równoważnej z rzeczywistą przestrzenią rzutową parzysto-wymiarową z trywialnym działaniem grupy G, wtedy i tylko wtedy, gdy G jest grupą Olivera. Wykazano też, że każda skończona grupa Olivera posiada działanie gładkie bez punktów stałych na pewnej rzeczywistej przestrzeni rzutowej parzysto-wymiarowej (Twierdzenie 0.5).

Jan Pulikowski