prof. dr hab. Andrzej Kisielewicz
Politechnika Wrocławska

Opinia w sprawie osiągnięcia naukowego dr Joanny Polcyn-Lewandowskiej w związku z jej wnioskiem o nadanie stopnia doktora habilitowanego

Dr Joanna Polcyn-Lewandowska uzyskała stopień doktora nauk matematycznych w roku 2004 na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, na podstawie rozprawy doktorskiej: „Ścieżki w hipergrafach pseudolosowych", napisanej pod kierunkiem prof. Andrzeja Rucińskiego. Dr Polcyn-Lewandowska jest autorką lub współautorką 22 prac opublikowanych w dobrych i bardzo dobrych czasopismach matematycznych. Trzy z tych prac są indywidualnego autorstwa, a pozostałe mają współautorów w większości będących znanymi i wybitnymi matematykami, polskimi i zagranicznymi. Najwięcej prac wspólnych dr Polcyn-Lewandowska ma z A. Rucińskim i T. Łuczakiem (aż 17 z tych prac ma współautora w osobie A. Rucińskiego lub T. Łuczaka). Warto też zwrócić uwagę, że w spisie publikacji jest przerwa przypadająca na lata 2010-2016, więc kariera naukowa kandydatki składa się z dwóch etapów: pierwszy to 5 prac powstałych w okolicach doktoratu i drugi, po pięcioletniej przerwie, to gromadzenie dorobku do habilitacji.

Wszystkie prace dr Polcyn-Lewandowskiej mieszczą się w dziale kombinatoryki zwanym ekstremalną teorią zbiorów i dominuje w nich jednolita tematyka, mniej lub bardziej związana z wyróżnionym osiągnięciem naukowym. Jako osiągnięcie naukowe dr Polcyn-Lewandowska wskazała cykl ośmiu prac, z lat 2017-2021, któremu nadała tytuł „Krótkie ścieżki w hipergrafach". Tytuł można by uściślić, tak aby wskazywał, że chodzi tu dokładniej o „zagadnienia ekstremalne w k-jednolitych hipergrafach wolnych od krótkich ścieżek". k-jednolite hipergrafy zwane są też krótko k-grafami, bo stanowią uogólnienie zwykłych grafów będących rodzinami 2-elementowych podzbiorów zbioru wierzchołków V na rodziny k-elementowych podzbiorów zbioru wierzchołków V.

Klasyczne zagadnienia ekstremalne wiążą się z obecnością lub brakiem w grafach ustalonych indukowanych podgrafów i uogólniają się naturalnie na k-grafy. W celu krótkiego omówienia wskazanego osiągnięcia naukowego, przypomnijmy tu kilka kluczowych pojęć. Dla danego k-grafu H, (r-kolorową) *liczbą Ramseya* $R(H, r)$ nazywamy najmniejszą liczbę n taką, że w każdym r-kolorowaniu wszystkich k-elementowych podzbiorów n-zbioru pojawia się monochromatyczny k-graf izomorficzny z H. Mówimy, że k-graf jest *wolny od* H (ang. *H-free*), jeśli nie ma w nim k-podgrafu izomorficznego z H. *Liczbą Turána* $ex_k(n, H)$ nazywamy największą liczbę k-elementowych podzbiorów n-zbioru tworzących k-graf wolny od H. Odpowiednie k-grafy realizujące ekstrema nazywamy *ekstremalnymi*. W oczywisty sposób liczby Turána można zastosować do szacowania liczb Ramseya.

W k-grafach pojęcie ścieżki w grafach uogólnia się na kilka sensownych sposobów (z takimi nazwami jak ścieżki luźne, minimalne, ciasne). Pięć prac wskazanego osiągnięcia dotyczy tzw. luźnej (lub rzadkiej) ścieżki $P = P_3^{(k)}$ w k-grafie złożonej z ciągu trzech k-krawędzi, czyli k-elementowych podzbiorów, takich że pary kolejnych podzbiorów mają dokładnie jeden punkt wspólny, a dwa skrajne podzbiory są rozłączne.

Rezultatem pracy [H1], wspólnej z T. Łuczakiem i A. Rucińskim, opublikowanej w *European Journal of Combinatorics*, jest udowodnienie, że dla dostatecznie dużych r, r-kolorowa liczba Ramseya $R(P_3^{(k)}, r) \leqslant Ar$ dla pewnej stałej A, niezależnej od k. Ulepsza to wcześniejsze rezultaty innych autorów.

W pracy [H2], wspólnej z T. Łuczakiem, opublikowanej w *Discrete Mathematics*, autorzy skoncentrowali się na przypadku $k = 3$, dowodząc, że dla dostatecznie dużych r, r-kolorowa liczba Ramseya $R(P_3^3, r) \leqslant \lambda_0 r + 7\sqrt{r}$, gdzie stała $\lambda_0 < 2$, co stanowi poprawienie innego wcześniejszego rezultatu autorów, nieuwzględnionego w wykazie osiągnięcia [H1-H8].

Prace [H3-H5] stanowią najwcześniejszy chronologicznie podzbiór publikacji cyklu poświęcony wyznaczeniu wartości liczby Ramseya $R(P_3^3, r)$ dla małej liczby kolorów r. W [H3], wspólnie z E. Jackowską i A. Rucińskim, autorzy udowodnili, że $R(P_3^3, r) = r + 6$ dla przypadków liczby kolorów $r = 4, 5, 6, 7$. W pracy użyto liczb Turána dla poszczególnych przypadków i związanych z nimi 3-grafów ekstremalnych. W szczególności wprowadzono pojęcie liczb Turána wyższych rzędów, a pomysłodawcą tego pojęcia i rzeczywistą autorką znacznej części tej pracy była dr Polcyn-Lewandowska. W [H4], wspólnie z

A Rucińskim, podobnymi metodami, rozszerzono ten sam rezultat na $r = 8$ i 9. Wreszcie, w [H8] sama dr Polcyn-Lewandowska, indywidualnie, pokazała, że wzór $R(P_3^3, r) = r + 6$ prawdziwy jest także dla $r = 10$. Ostatnia praca ukazała się w *Discussiones Mathematicae Graph Theory*, podczas gdy dwie poprzednie odpowiednio w *Electronic Journal of Combinatorics* i *Discrete Mathematics*. Raczej nie ulega wątpliwości, że dr Polcyn-Lewandowska stanowiła autora wiodącego w tych trzech pracach.

Prawie 40-stronicowa praca [H6] napisana wspólnie z J.Hanem i A Rucińskim, opublikowana w *Journal of Graph Theory*, poświęcona jest wyznaczeniu liczb Turána $ex_3(n, \mathcal{H})$ dla rodziny $\mathcal{H} = \mathcal{P}_4^{(3)}$ minimalnych ścieżek długości 4 w 3-grafach. (W definicji liczb Turána dla rodzin k-grafów rozważa się k-grafy wolne od wszystkich elementów rodziny; w ścieżkach minimalnych dopuszczamy więcej niż jeden wierzchołek w przekroju dwóch kolejnych podzbiorów będących elementami ścieżki). Wyznaczenie liczb Turána $ex_3(n, \mathcal{P}_4^{(3)})$, także drugiego i trzeciego rzędu, umożliwia, jak w poprzednich przypadkach, obliczenie odpowiednich liczb Ramseya dla niewielkiej liczby kolorów. A mianowicie, jak dowodzi się pod koniec pracy, $R(\mathcal{P}_4^{(3)}, r) = r + 6$ dla $r \leqslant 4$.

Przedmiotem pracy [H7] napisanej wspólnie z T. Łuczakiem, opublikowanej w *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, są dwie klasy: 3-grafów wolnych od ścieżek P_3^3 oraz 4-grafów wolnych od ścieżek P_2^4. Autorzy badają tym razem zachowanie się funkcji $f(n, m)$ zdefiniowanej (dla każdej klasy osobno) jako minimalna wartość maksymalnego stopnia $\Delta(H)$ dla k-grafów H w klasie o n wierzchołków i m krawędziach. Dowodzą, że dla dostatecznie dużych n, w obu klasach, mamy gwałtowny przeskok wartości tej funkcji z rzędu n do n^2 przy $m \sim n^2/8$. (Ze względu na pewne własności tego przeskoku nazywają to „zjawiskiem przeskalowania".) Ów dość zaskakujący rezultat udaje się uzyskać dzięki scharakteryzowaniu najgęstszych grafów w badanych klasach. Rzecz w tym, że w obu klasach występują dwa typy takich grafów określane w odniesieniu do ich struktury jako „podgrafy grubych klik" i „kolekcje gwiazd". Zjawisko przeskalowania spowodowane jest najogólniej mówiąc tym, że oba typy mają maksymalne stopnie innego rzędu.

Ostatnia praca w cyklu [H8], napisana wspólnie z T. Łuczakiem i C. Reiherem, opublikowana w *Journal of Combinatorial Theory Series A*, jest znacznym uogólnieniem pracy [H7] – i tylko tyle ma wspólnego z krótkimi ścieżkami. Wynik w [H7] zapewniony jest, jak wskazałem, przez szczególną strukturę najgęstszych k-grafów w rozważanych klasach. W pracy [H8] autorzy definiują znacznie szerszą rodzinę klas k-grafów H (dla dowolnie dużych $k = rt^2$) takich, że moc przekroju każdej pary k-podzbiorów w H należy do specjalnie zdefiniowanego zbioru I. Następnie dowodzą, że parametry w zbiorze I dobrane są tak, że k-grafy w takich klasach mają podobną strukturę do k-grafów w klasach rozważanych w [H7] (które stanowią teraz bardzo szczególne przypadki obecnie rozważanych klas). W oparciu o tę strukturę można udowadnia się analogiczne wyniki do tych w [H7] o zjawisku przeskalowania. (W tym ujęciu fenomen przeskalowania nie jest niczym dziwnym, bo wymusza je specjalna konstrukcja klas).

*

Przystępując do oceny, zwrócę najpierw uwagę, że stosownie do art. 221 ust. 8 ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. o szkolnictwie wyższym i nauce, przedmiotem recenzji jest ocena tego, czy osiągnięcia naukowe osoby ubiegającej się o stopień doktora habilitowanego odpowiadają wymaganiom określonym w art. 219 ust. 1 pkt 2. Z przepisu wynika jednoznacznie, że sformułowanie konkluzji opinii recenzenta, pozytywnej albo negatywnej, może być podyktowane wyłącznie oceną osiągnięć naukowych wskazanych przez osobę ubiegającą się o nadanie stopnia doktora habilitowanego jako mających stanowić znaczący wkład w rozwój określonej dyscypliny.

W związku z tym nie będę tu omawiał osobno zawartości pozostałych prac, ani innych elementów wniosku o przyznanie stopnia doktora habilitowanego. Ograniczę się jedynie do stwierdzenia, że pozostałe prace dr Polcyn-Lewandowskiej nie ustępują bynajmniej poziomem tym wskazanym przez nią w osiągnięciu i dało by się z nich zestawić jeszcze co najmniej drugie podobne osiągnięcie, na podobnym poziomie naukowym.

Jeśli chodzi o wskazany cykl publikacji, to stwierdzam, że niewątpliwie czyni ono zadość wymaganiom art. 219 ust. 1 pkt 2, podpunkt b ustawy. Pozostaje ustalić, czy stanowi on „znaczny wkład w rozwój określonej dyscypliny". Ze względu na brak dokładniejszej definicji tego określenia, przyjmuję, że chodzi o wkład zwyczajowo uznawany przy nadawaniu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie matematyki. Sam zestaw publikacji jest imponujący, co jest niewątpliwie zasługą, w dużym stopniu, znakomitych współautorów. Pytanie, jaki jest indywidualny wkład dr Polcyn-Lewandowskiej w to zbiorowe osiągnięcie? Po zapoznaniu się z oświadczeniami współautorów odnoszę wrażenie, że to właśnie dr Polcyn-Lewandowska do publikacji tych wniosła największy wkład, a z pewnością nie mniejszy niż inni współautorzy.

Na podstawie tego mogę stwierdzić z przekonaniem, że dr Polcyn-Lewandowska wskazała w swoim dorobku naukowym osiągnięcie stanowiące jej znaczny wkład w rozwój matematyki i w tym zakresie spełnia wymogi ustawowe do nadania jej stopnia doktora habilitowanego.

Andrzej Kisielewicz

Wrocław, 21.01.2024 r.