

Recenzja w postępowaniu o nadanie stopnia doktora habilitowanego Panu doktorowi Piotrowi Kasprzakowi na podstawie osiągnięcia: *Wybrane zagadnienia teorii operatorów w przestrzeniach funkcji o skończonym wahanii wraz z zastosowaniami w teorii nieliniowych równań całkowych.*

Osiągnięciem naukowym jest jednotematyczny cykl siedmiu artykułów. Składają się na niego prace:

- [P1] S. Reinwand, P. Kasprzak, Multiplication operators in BV spaces, *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 202 (2023), 787–826.
- [P2] P. Kasprzak, Characterization of compact linear integral operators in the space of functions of bounded variation, *Ann. Fenn. Math.* 46 (2021), 795–818.
- [P3] D. Bugajewski, J. Gulowski, P. Kasprzak, On integral operators and nonlinear integral equations in the spaces of functions of bounded variation, *J. Math. Anal. Appl.* 444 (2016), 230–250.
- [P4] D. Bugajewski, J. Gulowski, P. Kasprzak, On continuity and compactness of some nonlinear operators in the spaces of functions of bounded variation, *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 195 (2016), 1513–1530.
- [P5] D. Bugajewska, D. Bugajewski, P. Kasprzak, P. Maćkowiak, Nonautonomous superposition operators in the spaces of functions of bounded variation, *Topol. Methods Nonlinear Anal.* 48 (2016), no. 2, 637–660.
- [P6] P. Kasprzak, P. Maćkowiak, Local boundedness of nonautonomous superposition operators in $BV[0,1]$, *Bull. Aust. Math. Soc.* 92 (2015), 325–341.
- [P7] D. Bugajewska, P. Kasprzak, On bounded lower Λ -variation, *J. Math. Anal. Appl.* 432 (2015), 561–593.

Co do zawartości tych prac to jak pisze sam autor w autoreferacie głównym celem prac wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej było omówienie własności topologicznych i teoriofunkcyjnych operatorów całkowych oraz operatorów superpozycji (w tym także operatorów mnożenia) działających w wybranych przestrzeniach typu BV. Następnie zastosowano uzyskane wyniki w teorii nieliniowych równań całkowych. Szczególnie wiele uwagi poświęcono analizie własności funkcji o skończonym dolnym Λ -wahaniu oraz przestrzeni takich funkcji. Udowodnione w pracach wyniki [P1]–[P7]wchodzą w zakres szeroko rozumianej analizy nieliniowej w przestrzeniach typu BV i

dotyczą:

- teorii przestrzeni Banacha (zwartość zanurzeń przestrzeni typu BV w siebie, własności przestrzeni funkcji o skończonym dolnym Λ -wahaniu) – prace [P3] oraz [P7],
- teorii operatorów (własności operatorów całkowych, superpozycji oraz mnożenia) – prace [P1] – [P7],
- teorii równań całkowych (istnienie i jednoznaczności rozwiązań nieliniowych równań Hammersteina oraz Volterry–Hammersteina; twierdzenia typu Vidossicha dla równań Volterry–Hammersteina) – prace [P3], [P4] oraz [P7].

Szczerze powiem że moje wrażenia po zapoznaniu się z osiągnięciami są mieszane. Czytając autoreferat do pewnej refleksji skłonił mnie fragment poświęcony początkom przestrzeni BV:

”Funkcje o skończonym (lub ograniczonym) wahaniu jednej zmiennej, zwane również z angielskiego BV-funkcjami, zostały wprowadzone w roku 1881 przez Camille’a Jordana (zob. [63]). W swoim trójstronicowym artykule Jordan udowodnił, że funkcje o skończonym wahaniu można scharakteryzować jako różnice funkcji monotonicznych. Następnie wykorzystał ten fakt do wykazania twierdzenia, zwanego dziś kryterium Dirichleta–Jordana, które stwierdza, że szereg Fouriera funkcji 2π -okresowej $f : R \rightarrow R$, mającej na każdym przedziale zwartym skończone wahanie, jest zbieżny w każdym punkcie $x \in R$ do $\frac{1}{2}[f(x-) + f(x+)]$.”

W powyższym krótkim fragmencie zawarta jest celna obserwacja, że te prace stają się istotne w których znajdowane są nowe struktury do rozwiązywania istotnych problemów matematycznych. W tamtych czasach było to np. pytanie o punktową zbieżność szeregów Fouriera. Powstaje pytanie jak w ten schemat oceny wpisuje się to osiągnięcie habilitacyjne? Jakie istotne nowe problemy daje się rozwiązać przez zastosowanie pojęć rozwijanych w osiągnięciu? Jakie są rzeczywiste motywacje do rozważania coraz bardziej skomplikowanych założeń i przestrzeni w operatorach typu Volterry–Hammersteina? Jest to motywowane konkretnymi zastosowaniami, czy jest czystą sztuką dla sztuki?

Chciałbym też skomentować inny fragment autoreferatu:

”Od końca XIX wieku funkcje o skończonym wahaniu doczekały się licznych uogólnień i rozszerzeń; do najważniejszych można zaliczyć te wprowadzone przez Wienera (zob. [111]), Younga (zob. [112]), Watermana (zob. [106, 107]) czy Riesz (zob. [93, 94]). Wahanie w sensie Riesz jest szczególnie

interesujące, gdyż łączy ono teorię BV-funkcji z teorią przestrzeni Sobolewa (zob. np. [5, Theorem 3.34]).”

Moim spostrzeżeniem w związku z powyższym fragmentem autoreferatu jest to, że w XIX wieku nie istniały takie działy matematyki jak analiza funkcjonalna i teoria miary nie mówiąc już o teorii dystrybucji. Bez tych narzędzi nikt nie był w stanie wymyślić teorii miarowego podejścia do przestrzeni BV, przestrzeni Sobolewa, przestrzeni Biesowa, czy innych. Były to też czasy w których nikt nie myślał o badaniu skomplikowanych problemów związanych np. z równaniami różniczkowymi cząstkowymi a więcej było badań równań zwyczajnych i związanych z nimi operatorów Volterry. W kontekście związków przestrzeni BV w sensie Riesza z późniejszą czasowo konstrukcją przestrzeni Sobolewa (w jednym wymiarze), widać wyraźnie, że konstrukcja Riesza to próba zastąpienia w definicji półnormy Sobolewowskiej pochodniej granicą ilorazów różnicowych, zaś całkowania sumami Riemanna. Ciekawym pytaniem (np. na kolokwium habilitacyjne) jest czy (i jakie) inne współczesne przestrzenie funkcyjne (w przypadku jednowymiarowym) dałoby się wyreprodukować za pomocą konstrukcji podobnych do konstrukcji Riesza. Przewodnikiem po przestrzeniach funkcyjnych mogła tu być np. książka: *Theory of Function Spaces* - Hans Triebel.

Przełomowe odkrycia pierwszej połowy XX wieku z analizy funkcjonalnej i teorii miary (choćby praca Hansa Hahna z 1920 roku o rozkładzie miary na część dodatnią i ujemną-będącą analogiem jednowymiarowego wyniku Jordana) z biegiem czasu popchnęły rozwój przestrzeni funkcyjnych w zupełnie innym kierunku. O ile prace legendarnych autorów jak Wiener, Riesz, czy Young, cytowane w autoreferacie ukazywały się w topowych czasopismach od początku XX wieku do końca lat 30' tych XX wieku to już cytowane prace Watermana ukazały się w latach 70' tych XX wieku w dość specjalistycznym czasopiśmie *Studia Mathematica*.

Kontynuację tego procesu widać także po średniej jakości czasopism, w których zostało opublikowane osiągnięcie, zresztą dotyczy to wszystkich prac autora. Lokalnym maksimum w tym zakresie wydaje się jedna praca w JDE. Uczciwie należy jednak przyznać, że wśród prac autora brak jest prac w czasopismach bardzo słabych co zdarzało się w ocenianym przeze mnie w przeszłości (negatywnie) dorobku habilitacyjnym innych autorów.

Z punktu widzenia ilościowego dorobek jest wystarczający: 7 prac w osiągnięciu, 9 prac opublikowanych w dorobku w tym 5 po doktoracie, oraz współudział w autorstwie dwóch monografi. Pewną łyżką dziegciu jest tu fakt, że ukazały się one w bardzo lokalnej serii *Lecture Notes in Nonlinear Analysis* (Wydawnictwa Naukowe UMK). Liczba cytowań tych monografi: 3 (bez autocytowań) pokazuje że przeszły one raczej nie zauważone.

Co do realizacji działalności w więcej niż jednej jednostce naukowej to osobiście mam co do tego wątpliwości. Od chwili uzyskania doktoratu pan doktor Piotr Kasprzak jest nieprzerwanie zatrudniony na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. Nie odbył żadnego dłuższego zagranicznego stażu. Mamy tylko informację o trzech pobytach 4 dniowym, 10 dniowym i 13 dniowym. Trzeba tu przyznać, że najdłuższy z tych pobytów odbył się w ramach prestiżowego programu *Research in Pairs* w MFO. Sam spędziłem wiele lat za granicą i wiem jak wiele i matematycznie i w szerszym sensie pobyty te rozwinęły moje horyzonty. Uważam, że bez takich doświadczeń trudno być nauczycielem akademickim, czy dojrzałym badaczem.

Co do prowadzonej działalności dydaktycznej to jest ona moim zdaniem w wystarczającym zakresie. Należy odnotować opiekę nad 7 pracami licencjackimi. Tak samo pan doktor Piotr Kasprzak na duże doświadczenia organizacyjne i w zakresie popularyzacji nauki. Należy odnotować sporą aktywność konferencyjną.

To co moim zdaniem należy ocenić na minus to brak jakichkolwiek zewnętrznych grantów, jedynym wyjątkiem jest tu stypendium konferencyjne FNP w 2011 roku. Co do danych bibliometrycznych to są one na wystarczającym poziomie.

Mój największy zarzut dotyczy, nie adekwatnego do czasów wyboru tematyki badawczej: z jednej strony nie widzę stosowności uzyskanych wyników do ciekawych problemów np. z równań różniczkowych cząstkowych, rachunku wariacyjnego itp. z drugiej matematyka stosowana w dowodach bazuje na dość elementarnej wiedzy z analizy matematycznej i dość "historycznych" pomysłach. Moim zdaniem sytuacja ta ma ścisły związek z brakiem dłuższych pobytów badawczych w innej jednostce w szczególności zagranicznej, co dawałoby szansę na rozszerzenie tematyki badawczej. Jako pozytyw chciałem zauważyć klarowny i przemyślany sposób prezentacji matematycznej.

Konkluzja: Popieram wniosek o dopuszczenie pana doktora Piotra Kasprzaka do kolokwium habilitacyjnego

Piotr Gwiazda